
Metode și tehnici de calcul utilizate în analiza statistică a indicatorilor de rezultate

Dr. ec. Florina ROMAN STAN

Abstract

Obiectivul articolului este **prezentarea rolului metodelor statistice la facilitarea deciziilor manageriale** privind combinarea factorilor de producție, ținând cont de caracterul lor limitat, dar și de două aspecte ale activității economice: tehnică și economică. Analiza a fost realizată cu exemplul unei companii, datele fiind procesate pentru o perioadă de patru ani.

Cuvinte cheie: complementaritate, interschimbare, elasticitatea de substituție, factori de producție, funcția de producția Cobb-Douglas.

Activitatea de producție reprezintă un ansamblu de operații de prelucrare a **intrărilor** astfel încât să se obțină **ieșirile cerute de piață**, respectând și atingând obiectivul producătorului: maximizarea profitului în condițiile minimizării eforturilor. Apare imperios necesară punerea în evidență a principiilor teoretico-metodologice privind combinarea și substituția factorilor de producție, care se constituie într-un ghid pentru managerii firmelor. Deciziile economice luate au vizat fie variația cantității de factori de producție utilizați, fie intensificarea utilizării unuia sau altuia dintre factori, fie modificarea combinării factorilor de producție.

În funcție de natura activității economice, managerii optează pentru combinarea factorilor de producție ținând seama de caracterul limitat al acestora, dar și de cele două aspecte ale unei activități economice: unul **tehnic** și unul **economic**. Din punct de vedere tehnic, specific fiecărui proces de producție este obținerea oricărui bun economic prin unirea resurselor de muncă cu elemente de capital tehnic caracteristice domeniului respectiv. Din punct de vedere economic, combinarea factorilor de producție înseamnă minimizarea costurilor de producție în condițiile maximizării profitului.

Combinarea factorilor de producție presupune existența proprietăților de complementaritate, respectiv de substituibilitate a acestora.

Alternativa de combinare de la care se așteaptă cea mai mare eficiență, se alege în urma unor calcule economice. De exemplu, dacă un agent economic urmărește eficientizarea tehnică și economică a producției prin substituirea muncii cu capital, atunci se optează pentru mai multe mașini și mai puțini lucrători. Aprecierea alegerii făcute se poate realiza numai **prin calculul unor indicatori: Nivelul productivității marginale a muncii și a capitalului** (compararea lor), **Elasticitatea substituirii și Rata marginală de substituire** (a muncii cu capitalul sau a capitalului cu munca).

Elasticitatea substituirii exprimă măsura în care poate fi menținută producția când un factor este înlocuit cu altul. Combinațiile normale ale factorilor de producție determină o elasticitate a substituirii pozitivă, care variază de la zero la infinit în funcție de ușurința cu care unul din factori poate fi înlocuit cu altul, producția rămânând constantă.

Elasticitatea substituirii poate fi măsurată cu ajutorul Coeficientului elasticității substituirii (e_s) unui factor A cu un factor B. Coeficientul arată cu câte procente trebuie să crească valoarea raportului dintre nivelul factorului A și cel al factorului B (X_A / X_B), atunci când raportul dintre productivitatea marginală a factorului B (W_{mB}) și cea a factorului A (W_{mA}) crește cu un procent, astfel încât producția să rămână constantă.

Relația de calcul:

$$e_s = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta r}{r}}$$

$$R = \frac{X_A}{X_B}, \quad r = \frac{W_{mB}}{W_{mA}}, \quad \Delta R = R_1 - R_0, \quad \Delta r = r_1 - r_0$$

Dacă $e_s = 0$ - factorii sunt perfect complementari și nu este posibilă substituirea lor, factorii urmând să fie utilizați în proporții egale.

Dacă $e_s \rightarrow \infty$ - substituția este perfectă.

Dacă $e_s = 1$ - variația relativă a raportului factorilor este proporțională cu variația relativă a raportului productivităților marginale.

Cu cât elasticitatea este mai mare, cu atât gradul de substituibilitate a factorilor este mai ridicat.

Pentru exemplificare se prezintă cazul societății comerciale "CONSTRUCT" S.A., având următoarea situație a producției fabricate, a imobilizărilor corporale și a personalului angajat pe ultimii patru ani.

Situația imobilizărilor corporale, a producției marfă și a numărului de salariați la S.C. CONSTRUCT S.A.

- date trimestriale

ANII	IMOB. CORPORALE (K)	PROD. MARFĂ FABRICATĂ (Q)	Nr mediu de salariați (L)
2008 trim I	4927725	63035836	726
trim II	5055231	70352750	748
trim III	4984980	68002107	752
trim IV	3468724	48921401	742
2009 trim I	11515037	109930479	742
trim II	11593557	115427309	778
trim III	11589300	112402736	763
trim IV	11219526	100969666	733
2010 trim I	19762541	110305514	735
trim II	20221273	122435970	755
trim III	19963133	110131620	760
trim IV	17961362	74764548	738
2011 trim I	19689030	123315043	694
trim II	19910031	126156348	708
trim III	19655749	125983638	712
trim IV	19270745	117263740	690

Au fost calculate datele: modificarea absolută cu bază mobilă a imobilizărilor corporale, a producției și a personalului angajat, productivitatea marginală a factorului de producție capital (W_{mK}), respectiv a factorului de producție muncă (W_{mL}), raportul dintre nivelul factorului de producție capital și cel al factorului de producție muncă (R), raportul dintre cele două productivități marginale (r), valoarea coeficientului elasticității substituiri (e_s).

Date trimestriale privind prelucrările indicatorilor factori de producție

Anii	$\Delta K = k_i - k_{i-1}$	$\Delta Q = Q_i - Q_{i-1}$	$\Delta L = L_i - L_{i-1}$	$WmK = \Delta Q / \Delta K$	$WmL = \Delta Q / \Delta L$	$R = K/L$	$r = WmL / WmK$	$\Delta R = R_i - R$	$\Delta r = r_i - K_{i-1}$	$\Delta R/R$	$\Delta r/r$	e_s
2008 trim.I	-	-	-	-	-	6787.5	-	-	-	-	-	-
trim.II	127506	7316914	22	57.385	332587	6758.3	5795.72	-29.17	5795,727	-0.004	1	-0.004
trim.III	-70251	-2350643	4	33.461	-587661	6629	-17562.8	-129.37	-23358.5	-0.02	1.33	-0.015
trim.IV	-1516256	-19080706	-10	12.584	1908071	4674.8	151625	-1954.1	169188.4	-0.418	1.116	-0.375
2009 trim.I	8046313	61009078	0	7.5822	-	15519	0	10844.1	-151626	0.699	-	-
trim.II	78520	5496830	36	70.005	152690	14902	2181.11	-617.17	2181.111	-0.041	1	-0.041
trim.III	-4257	-3024573	-15	710.49	201638	15189	283.8	287.378	-1897.31	0.019	-6.69	-0.003
trim.IV	-369774	-11433070	-30	30.919	381102	15306	12325.8	117.189	12042	0.008	0.977	0.008
2010 trim. I	8543015	9335848	2	1.0928	4667924	26888	4271508	11581.5	4259182	0.431	0.997	0.432
trim. II	458732	12130456	20	26.443	606523	26783	22936.6	-104.67	-4248571	-0.004	-185	2E-05
trim. III	-258140	-12304350	5	47.665	-2460870	26267	-51628	-515.86	-74564.6	-0.02	1.444	0.014
trim. IV	-2001771	-35367072	-22	17.668	1607594	24338	90989.5	-1929.4	142617.6	-0.079	1.567	-0.051
2011 trim.I	1727668	48550495	-44	28.102	-1103420	28370	-39265.2	4032.47	-130255	0.142	3.317	0.043
trim.II	221001	2841305	14	12.857	202950	28122	15785.7	-248.85	55050.97	-0.009	3.487	-0.003
trim.III	-254282	-172710	4	0.6792	-43177.5	27606	-63570.5	-515.12	-79356.3	-0.019	1.248	-0.015
trim.IV	-385004	-8719898	-22	22.649	396359	27929	17500.2	322.227	81070.68	0.012	4.633	0.002

$$Wm_K = \frac{Qf_i - Qf_{i-1}}{k_i - k_{i-1}}, \quad Wm_L = \frac{Qf_i - Qf_{i-1}}{L_i - L_{i-1}}, \quad i = \overline{1; 16}$$

Se constată că valoarea coeficientului elasticității substituiri factorului capital (imobilizări corporale) cu factorul muncă (e_s) este mai mare decât zero, dar foarte aproape de această valoare, ceea ce înseamnă că factorii au tendința de a fi complementari. Nefiind posibilă substituirea lor, factorii sunt utilizați în proporții aproximativ egale.

Managerii firmelor se confruntă în permanență cu problema alegerii unei variante optime de combinare a factorilor de producție, care să le asigure un anumit nivel al producției și să le permită maximizarea profitului. Pentru analiza comportamentului producătorului, în condițiile existenței unei compatibilități între acest comportament și cel al consumatorului, se utilizează

funcțiile de producție. Funcțiile descriu **relația dintre intrări** (factori de producție) și **ieșiri**, respectiv relația dintre producția scontată a se obține dintr-un bun, pentru satisfacerea cerințelor pieței și cantitățile din diferiții factori de producție necesari pentru realizare.

Relația funcției de producție:

$$Q=f(a,b,c,\dots),$$

unde a, b, c reprezintă factorii de producție.

Funcția de producție care exprimă dependența dintre valoarea producției Q, cantitatea de muncă L și capitalul K utilizat este funcția de tip Cobb-Douglas ($Q=f(K,L)$), cu parametrii A, α și β , în care A este o constantă specifică fiecărei economii naționale, iar α și β coeficienții de elasticitate a producției în raport cu capitalul fix (e_K), respectiv în raport cu capitalul uman (e_L).

$$e_K = \alpha, e_L = \beta$$

Funcția Cobb-Douglas prezintă următoarea expresie:

$$Q = A K^\alpha L^\beta$$

Coeficienții A, α și β se determină prin logaritmarele acestora.

Relația devine:

$$\ln Q = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L$$

Notând $\ln Q = y$; $\ln A = a$; $\ln K = x_1$; $\ln L = x_2$, relația va fi:

$$Y = a + \alpha x_1 + \beta x_2$$

Din punct de vedere statistic, econometric, funcția de producție Cobb-Douglas reprezintă cel mai cunoscut **Model de regresie multiplu neliniar**, care prin logaritmare se liniarizează, devenind un **Model de regresie liniar** ($Y = a + \alpha x_1 + \beta x_2$). Prin aplicarea **Metodei celor mai mici pătrate** se pot estima cei trei parametri ai modelului de regresie A, α și β .

În analiza proprietăților unui proces de producție, un element care prezintă importanță este elasticitatea scalei, determinată prin relația:

$$e = e_L + e_K = \alpha + \beta.$$

Se identifică trei situații care caracterizează procesul de producție:

- **proces de producție** cu randament de scală descrescător, $\alpha + \beta < 1$ (un spor al factorilor generează o creștere a ieșirilor, dar într-o proporție mai mică).
- **proces de producție** cu randament de scală constant, $\alpha + \beta = 1$ (dacă cele două intrări cresc, ieșirile cresc în aceeași proporție).
- **proces de producție** cu randament de scală crescător, $\alpha + \beta > 1$ (exprimă situația în care creșterea celor doi factori într-o proporție precizată generează o creștere, într-o proporție mai mare a ieșirilor).

În situația prezentată la S.C. CONSTRUCT S.A., pentru analiza producției, a capitalului și a numărului de salariați prin utilizarea funcției Cobb-Douglas s-au efectuat următoarele etape:

- Se logaritmează valorile producției, capitalului și numărul de personal pentru cele 16 trimestre.

- Prin aplicarea Metodei celor mai mici pătrate și anularea derivatelor parțiale ale funcției f în raport cu a , α și β s-a obținut sistemul:

$$\begin{aligned} \sum a + \alpha \sum x_1 + \beta \sum x_2 &= \sum y \\ a \sum x_1 + \alpha \sum x_1^2 + \beta \sum x_1 x_2 &= \sum x_1 y \\ a \sum x_2 + \alpha \sum x_1 x_2 + \beta \sum x_2^2 &= \sum x_2 y \end{aligned}$$

Rezolvând sistemul de ecuații, rezultă următoarea ecuația de regresie:

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \hat{a} + \hat{\alpha} x_1 + \hat{\beta} x_2 \\ \hat{a} &= 6,6139 \\ \hat{\alpha} &= 0,4418 \\ \hat{\beta} &= 0,6925 \end{aligned}$$

Coefficientul A din expresia funcției Cobb-Douglas s-a calculat prin relația: $A = e^{\hat{a}}$.

$$A = 745.38436$$

La nivelul ultimului trimestru, substituirea unei unități de forță de muncă se poate realiza prin utilizarea suplimentară a unor echipamente:

$$S_{L/K} = \frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}} * \frac{K_{2011 \text{ TRIM IV}}}{L_{2011 \text{ TRIM IV}}}$$

$$S_{L/K} = 0,692/0,441 * 19270745/690 = 43.824.494 \text{ LEI}$$

$S_{L/K}$ reprezintă rata de substituire a unei unități de forță de muncă cu mijloace fixe având o anumită valoare (43824,492 mii lei).

Cum $\alpha + \beta > 1$, se poate concluziona că procesul de producție prezintă un randament de scală crescător. Creșterea intrărilor într-o anumită proporție a generat o creștere a ieșirilor într-o proporție mai mare.

Pentru a testa semnificația, calitatea Modelului de regresie liniară obținut prin logaritizarea funcției Cobb-Douglas se aplică procedeul ANOVA.

Datele necesare analizei - pe trimestre

ANII	\hat{Y}_i	$\hat{Y}_i - \bar{Y}$	$\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$	Y_i^2	$Y_i - \bar{Y}$	$\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2$
2008 trim I	17.984	-0.398	0.158745	-0.025	0.0006	322.5	-0.423	0.17918
trim II	18.016	-0.366	0.134299	0.053	0.0028	326.5	-0.313	0.09827
trim III	18.014	-0.369	0.13613	0.021	0.0005	325.3	-0.347	0.12073
trim IV	17.844	-0.538	0.289922	-0.138	0.0191	313.5	-0.677	0.45804
2009 trim I	18.374	-0.008	6.96E-05	0.141	0.0199	342.8	0.133	0.01764
trim II	18.41	0.027	0.000755	0.154	0.0238	344.6	0.182	0.03299
trim III	18.396	0.014	0.000191	0.141	0.02	343.6	0.155	0.02405
trim IV	18.354	-0.028	0.0008	0.076	0.0058	339.7	0.048	0.00228
2010 trim I	18.625	0.242	0.058717	-0.106	0.0113	342.9	0.136	0.01856
trim II	18.64	0.257	0.066062	-0.016	0.0003	346.8	0.241	0.0578
trim III	18.614	0.231	0.053364	-0.096	0.0093	342.9	0.135	0.01813
trim IV	18.567	0.184	0.033976	-0.437	0.191	328.7	-0.253	0.06383
2011 trim I	18.565	0.182	0.033244	0.065	0.0043	347.1	0.248	0.06137
trim II	18.584	0.201	0.040438	0.069	0.0048	347.9	0.271	0.07317
trim III	18.582	0.199	0.039726	0.07	0.0049	347.9	0.269	0.0724
trim IV	18.551	0.169	0.028507	0.029	0.0008	345.2	0.197	0.03897
TOTAL	194.91	176.5	1.074945	-	0.319	5408	-	1.33759

Date pentru realizarea analizei

Sursa variației (dispersiei)	Suma pătratelor abaterilor	Nr. grade de libertate	Dispersia	Valoarea calculată F
Explicată prin model SPE	$\sum \left(\hat{y}_i - \bar{y}\right)^2 = 1.074945$	k-1=1	$\sigma^2_{expl} = 1.074945$	$F_c = \frac{\sigma^2_{expl}}{\sigma^2_{rez}} = 47.17293$
Reziduală SPR = $\sum_{i=1}^n (e_i)^2$	$\sum \left(y_i - \hat{y}_i\right)^2 = 0.319$	n-2=14	$\sigma^2_{rez} = 0.0228$	-
Totală SPT	$\sum \left(y_i - \bar{y}\right)^2 = 1.393945$	n-1=15	-	-

Testarea semnificației modelului de regresie s-a realizat prin verificarea statisticii testului F.

Dacă $F_{calculat} > F_{tabelat}$, se confirmă validitatea modelului de regresie.

$F_{calculat} = 47,17$; $F_{0,05;1;14} = 4,6$ Modelul este valid.

Validitatea Modelului de regresie se poate stabili și prin calculul coeficientului de determinație, care indică cea parte din variația variabilei Y care se explică prin modelul adoptat.

Coefficientul de determinație:

$$R^2 = 1 - \frac{0.319}{1.393945}$$

$$R^2 = 0,7614$$

Modelul de regresie adoptat explică 76,14% din variația variabilei Y. Testarea semnificației rezultatului obținut s-a efectuat cu mărimea F calculată prin relația:

$$F_{R^2} = \frac{(n-2)R^2}{1-R^2} = \frac{14 * R^2}{1-R^2} = 44,699$$

În condițiile unui prag de semnificație de 5%, potrivit repartiției F s-a determinat, pentru o probabilitate de 95% și $n_1=1$, $n_2=14$ grade de libertate $F_{tabelat} = F_{0,05;1;14}=4,6$.

$F_{R^2} > F_{tab} \Rightarrow$ coeficientul de determinație exprimă o dependență reală.

S-a verificat prin intermediul testului că Modelul liniar de regresie a fost corect estimat.

În condițiile unui prag de semnificație de 1% și a unei probabilități de 99%, $F_{tabelat} = F_{0,01;1;14}=8,86$

$F_{calc} > F_{tab} \Rightarrow$ confirmă validitatea Modelului de regresie adoptat.

Concluzii

Ideile principale:

-rolul **metodelor statistice în prelucrarea datelor economice** este de a asigura comparabilitatea rezultatelor economice obținute de firme și de a permite centralizarea rezultatelor astfel încât să poată fi calculați și interpretați indicatorii macroeconomici;

-cunoașterea și prezentarea situației reale a economiei naționale depinde de corectitudinea determinării situației microeconomice;

-comparabilitatea rezultatelor naționale cu cele obținute la nivel european și nu numai depinde de corectitudinea utilizării metodelor statistice la nivelul firmei;

-comportamentul producătorului se fundamentează pe utilizarea mai multor metode, compararea rezultatelor obținute prin utilizarea acestora și alegerea variantei optime ținându-se seama și de comportamentul consumatorului;

-combinarea optimă a factorilor de producție depinde și de prețul factorilor;

-analizele economice presupun utilizarea unor serii cronologice de date pe perioade cât mai îndelungate astfel încât, prin prelucrarea lor, să permită obținerea de informații și concluzii pertinente.

Bibliografie

- Andrew T. „Statistics and Econometrics, Economic Publishing House, Bucharest, 2003.
- Begu L. S., Marin E. „theoretical and economic Statistics”, www. digital-library.
- The Chair of political economy, „Political economy”, Economic Publishing House, Bucharest, 1995
- Dobrotă, N. „Political economy”-a unified treatment of the issues of people-vital, Economic Publishing House, Bucharest, 1997.
- Isaic-M, Al., Mitruț, C., Voineagu, V. „Statistics for business management”; Economic Publishing House, Bucharest, 2005.
- Pecican, S. E. „Econometria ... economists Econometrics – theory and applications”, Economic Publishing House, Bucharest, 2005.