

---

# Modele utilizate și criterii pentru explicarea randamentelor activelor<sup>1</sup>

**Drd. Florin Dan PIELEANU**

*Academia de Studii Economice din București*

---

## Abstract

Au fost comparate două cunoscute Modele: CAPM și TPA. A rezultat modelul care descrie mai bine, în cazul României, încasările și variația încasărilor pentru garanțiile asigurate. S-a avut în vedere **încasările lunare** (perioada 1.01.2005 - 31.12.2010) ale unui număr de 60 de societăți listate la Bursa de Valori București (BVB).

**Cuvinte cheie:** Modele: CAPM - Capital Asset Pricing Model, TPA - Arbitrage Pricing Theory, criterii, metodologie, rezultate.

\*\*\*

Datele și informațiile au fost obținute de pe paginile web ale BVB<sup>2</sup> și societății de investiții financiare “Kmarket”<sup>3</sup>. Prin interpolare s-au completat unele date lipsă. S-au avut în vedere toate categoriile naționale ale bursei (I,II și III), care cuprind un total de 76 de titluri cu informații disponibile, iar dintre acestea, unele au fost eliminate din cauza lipsei a mai mult de 25% din date în perioada de timp specificată. Eșantionul final pentru testare a cuprins 60 de titluri, fiecare prezentând un număr de 72 de înregistrări de rentabilitate lunară (12 luni timp de 6 ani).

Pentru un estimator (proxy) al ratei dobânzii fără risc, s-a utilizat **rata dobânzii** pentru obligațiunile de stat cu dobândă, în limita informațiilor disponibile. Rata a înregistrat în intervalul 01.01.2005 – 31.12.2010 o valoare medie anuală de 8.8404%, echivalentul unei valori medii lunare de 0,7367%. Informațiile au fost preluate din buletinele lunare ale BNR (website-ul acesteia<sup>4</sup>).

Intervalul de lucru a fost divizat în două perioade, de câte trei ani fiecare: 01.01.2005 - 31.12.2007 și, respectiv 01.01.2008 - 31.12.2010. Comparația s-a realizat pentru fiecare perioadă în parte și pentru întregul interval pentru o acuratețe superioară.

---

1. Articol elaborat pe baza datelor și informațiilor din lucrarea „CAPM vs APT- Studiu comparativ la Bursa de Valori București” - cofinanțată din Fondul Social European - prin POSDRU 2007 -2013 (Proiect nr. 88/1.5/S/55287 DOESEC). Cu mulțumiri din partea autorului.

---

Criterii de comparație folosite: **Analiza reziduală, Ecuția Davidson-MacKinnon și Indicatorul “posterior odds ratio” (POR). Metodologia de calcul, rezultatele obținute și interpretările sunt detaliate pentru fiecare criteriu în parte.**

#### **Analiza reziduală**

O comparație directă între CAPM și APT a fost realizată de Chen, iar Copeland și Weston prezintă mai detaliat procedura de lucru. Ecuțiile luate în considerație:

$$R_i = \lambda_0 + \lambda_1 * b_{i1} + \dots + \lambda_n * b_{in} + \varepsilon_i \quad (\text{APT})$$

și:

$$R_i = \lambda_0 + \lambda_1 * \beta_i + \eta_i \quad (\text{CAPM})$$

adică relațiile clasice ale modelelor. Au fost efectuate regresii. Prima având ca variabile dependente variabilele reziduale ale CAPM ( $\eta_i$ ) și ca variabile independente “factor loadings” ai APT ( $b_{ik}$ ). A doua având ca variabile dependente variabilele reziduale ale APT ( $\varepsilon_i$ ) și ca variabile independente coeficienții  $\beta_i$  ai CAPM.

Logica testului: dacă Modelul CAPM este corect specificat, atunci rentabilitatea așteptată pentru orice activ “i” va fi explicată prin coeficientul  $\beta_i$ , iar variabila  $\eta_i$  va fi numai un “zgomot alb” de medie nulă și dispersie constantă. Dacă anticipările de pe piață sunt raționale (condiție de bază a modelului), randamentul ce va fi realizat poate fi exprimat astfel:

$$R_i = E_i + v_i$$

Rentabilitatea obținută este dată de suma dintre rentabilitatea așteptată în mod rațional și un termen de eroare. Dar dacă CAPM este corect specificat, rentabilitatea obținută poate fi rescrisă și sub următoarea formă:

$$R_i = E_i(\text{CAPM}) + \eta_i$$

unde  $E_i(\text{CAPM})$  reprezintă rentabilitatea așteptată furnizată de model.

$$E_i(\text{CAPM}) + \eta_i = E_i + v_i$$

sau:

$$\eta_i = E_i - E_i(\text{CAPM}) + v_i$$

În situația validității modelului,  $E_i = E_i(\text{CAPM})$ , iar  $\eta_i = v_i$  este “zgomot alb” și nu ar trebui să se dovedească prin alte modele ca influent asupra randamentelor. Dacă s-ar dovedi ca atare,  $E_i$  conține informații necuprinse în  $E_i(\text{CAPM})$  și CAPM devine incorect specificat.

Testarea logică în scopul determinării performanței superioare dintre Modelul CAPM și un altul (în speță APT) este cea expusă, adică regresarea variabilelor reziduale ale CAPM ( $\eta_i$ ) asupra “factor loadings” ai APT ( $b_{ik}$ ) și viceversa, regresarea variabilelor reziduale ale APT ( $\varepsilon_i$ ) asupra coeficienților  $\beta_i$  ai CAPM. Regresia secundă are rolul opus primei regresii, adică de a analiza posibilitatea ca CAPM să surprindă informații omise de APT.

În testarea efectuată de Chen, modelul APT a fost capabil să explice o porțiune semnificativă statistic din varianța reziduală a CAPM, dar nu și invers, acest rezultat fiind o evidență solidă în afirmarea primului ca un model mai potrivit pentru analiza randamentelor. Se aplică de asemenea această testare în scopul unei comparații directe între CAPM și APT pentru cazul României. Ecuațiile de regresie devin:

$$\eta_i = \lambda_0 + \lambda_1 * b_{i1} + \lambda_2 * b_{i2} + \lambda_3 * b_{i3} + \lambda_4 * b_{i4} + \lambda_5 * b_{i5} + \varepsilon_i \quad (\text{APT})$$

$$\varepsilon_i = \lambda_0 + \lambda_1 * \beta_i + \eta_i \quad (\text{CAPM})$$

Rezultatele pentru perioada 2005-2007:

#### Variabile reziduale CAPM/factor loadings APT

Tabelul 1.

	Coefficients	t Stat	P-value
$\lambda_0$	0,9477	0,5978	0,5524
$\lambda_1$	-4,4405	-2,2171	0,0308
$\lambda_2$	-2,2443	-0,8620	0,3924
$\lambda_3$	6,7130	3,0572	0,0034
$\lambda_4$	-4,2724	-1,8166	0,0748
$\lambda_5$	4,6175	1,7248	0,0902

#### Variabile reziduale APT/coeficienți $\beta$ CAPM

Tabelul 2.

	Coefficients	t Stat	P-value
$\lambda_0$	-2,0682	-2,0745	0,0424
$\lambda_1$	2,4315	2,4632	0,0167

Rezultă că reziduurile CAPM sunt capturate de factorii 1 și 3 ai APT, care se dovedesc semnificativi din punct de vedere statistic, iar reziduurile APT sunt capturate de  $\lambda_1$  al CAPM, care de asemenea este semnificativ. În cazul prezentat, factorul 1 în primul tabel nu a fost “priced” în verificarea

inițială, și acum este, la fel ca și unicul factor din tabelul secund. Pentru a decide care model este superior, se face apel la valorile “R-square”: 0,3865 pentru prima regresie (echivalent cu faptul că APT explică 38,65% din varianța neexplicată de CAPM) și 0,0947 pentru a doua (CAPM explică 9,47% din varianța neexplicată de APT). Subliniem că APT este modelul mai potrivit pentru a explica randamentele acțiunilor.

**Perioada 2008-2010:**

**Variabile reziduale CAPM/factor loadings APT**

*Tabelul 3.*

	<b>Coefficients</b>	<b>t Stat</b>	<b>P-value</b>
$\lambda_0$	1,7406	1,7592	0,0842
$\lambda_1$	-3,4536	-2,8266	0,0065
$\lambda_2$	-1,0293	-0,7647	0,4477
$\lambda_3$	0,2748	0,2026	0,8401
$\lambda_4$	-0,2805	-0,1797	0,8580
$\lambda_5$	-1,3308	-0,9652	0,3387

**Variabile reziduale APT/coeficienți  $\beta$  CAPM**

*Tabelul 4.*

	<b>Coefficients</b>	<b>t Stat</b>	<b>P-value</b>
$\lambda_0$	-1,2990	-2,0847	0,0415
$\lambda_1$	1,4233	2,3461	0,0224

Reziduurile CAPM sunt capturate în factorul 1 al APT (este de asemenea “priced”, ceea ce demonstrează corectitudinea estimărilor), iar reziduurile APT sunt capturate în factorul CAPM, care nu era semnificativ inițial. Suplimentar, indicatorul “R-square” are valoarea de 0,1528 pentru prima regresie (echivalent cu faptul că APT explică 15,28% din varianța neexplicată de CAPM) și 0,0866 pentru a doua (CAPM explică 8,66% din varianța neexplicată de APT). **APT pare modelul mai performant.**

Întreaga perioadă de timp:

**Variabile reziduale CAPM/factor loadings APT**

*Tabelul 5.*

	<b>Coefficients</b>	<b>t Stat</b>	<b>P-value</b>
$\lambda_0$	2,0134	2,6176	0,0114
$\lambda_1$	-4,3630	-4,8965	0,0092
$\lambda_2$	-2,2860	-1,7950	0,0782
$\lambda_3$	2,4038	2,4322	0,0183
$\lambda_4$	1,7488	1,3202	0,1923
$\lambda_5$	-3,3751	-3,0151	0,0039

---

### Variabile reziduale APT/coeficienți $\beta$ CAPM

Tabelul 6.

	Coefficients	t Stat	P-value
$\lambda_0$	-2,0688	-3,5081	0,0008
$\lambda_1$	2,2608	3,8167	0,0003

Reziduurile CAPM sunt capturate în factorii 1,3 și 5 ai APT (dintre care ultimii sunt “priced” inițial, numai primul fiind nesigur). Reziduurile APT sunt capturate în factorul CAPM, care s-a dovedit semnificativ și inițial. Indicatorul “R-square” are valoarea de 0,5145 pentru prima regresie (echivalent cu faptul că APT explică 51,45% din varianța neexplicată de CAPM) și 0,2007 pentru a doua (CAPM explică 20,07% din varianța neexplicată de APT). Ambele modele se comportă mai bine pe perioada de timp luată în ansamblu, în comparație cu sub-perioadele egale. APT este mai relevant decât CAPM.

Rezultă că Modelul APT este mai rezonabil în explicarea variațiilor randamentelor acțiunilor atât pe sub-perioade, cât și pe intervalul total. Concluzia a fost obținută și de studiul lui Chen și de majoritatea analizelor ulterioare, cu specificația că primul a găsit CAPM incapabil total de a explica o parte din reziduurile APT. S-a relevat capacitatea de realizare, bineînțeles porțiunea explicată a fost inferioară celei prin care APT explică reziduurile CAPM.

#### Ecuția Davidson-MacKinnon

Metoda de comparație a fost sugerată de economiștii Davidson și MacKinnon, iar primul test care a folosit-o a fost realizat de Chen. Procedura de desfășurare:  $R_{APT}$  și  $R_{CAPM}$  rentabilitățile prezise de Modelele APT, respectiv CAPM, se efectuează o regresie multiplă asupra următoarei relații:

$$R_i = \alpha * R_{APT} + (1-\alpha) * R_{CAPM}$$

$\alpha$  măsoară efectivitatea APT, iar  $(1-\alpha)$  pe cea a CAPM. Dacă Modelul CAPM este mai corect decât APT, atunci  $(1-\alpha)$  va avea o valoare estimată mai apropiată statistic de 1, iar  $\alpha$ , una mai apropiată de 0 și viceversa: dacă Modelul APT este mai corect decât CAPM, atunci  $(1-\alpha)$  va avea o valoare estimată mai apropiată statistic de 0, iar  $\alpha$ , una mai apropiată de 1. Studiul lui Chen a găsit ca valabilă varianta secundă, iar analiza va fi efectuată și exemplul prezentat.

---

### Rezultatele regresiei

Tabelul 7

	Coefficients	Standard error
$\alpha$	0,9063	0,1712
(1- $\alpha$ )	0,1413	0,2047

Rezultă că valoarea estimată pentru  $\alpha$  este mult mai apropiată de 1, iar cea a lui (1- $\alpha$ ) de 0. Astfel, APT pare modelul mai corect specificat după criteriul ecuației Davidson-MacKinnon, pentru primul sub-interval.

Estimările prin regresie:

Indicatorul **posterior odds ratio** - ceva mai formal decât cel oferit de ecuația Davidson-MacKinnon, a fost folosit destul de frecvent în testări și are fundamente teoretice solide, **mai ales din punct de vedere statistic**. Zellner[5] furnizează formula de calcul pentru indicatorul respectiv.

$$POR = (SSE_A/SSE_B)^{N/2} * N^{(k_A-k_B)/2}$$

$SSE_A$  = indicatorul “error sum of squares” pentru modelul A;

$SSE_B$  = indicatorul “error sum of squares” pentru modelul B;

$N$  = numărul de observații luate în calcul pentru cele 2 modele;

$k_A$  = numărul de variabile independente ale modelului A;

$k_B$  = numărul de variabile independente ale modelului B;

Dacă rezultatul este subunitar ( $POR < 1$ ), Modelul A este mai performant decât Modelul B și viceversa, un rezultat supraunitar ( $POR > 1$ ) indică o performanță superioară din partea modelului B.

Modelul A este reprezentat de APT, iar Modelul B de CAPM. Formula de calcul pentru “error sum of squares”:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

suma pătratelor diferențelor dintre rentabilitățile reale și rentabilitățile estimate prin cele 2 modele avute în vedere.

Rezultatele obținute pentru primul subinterval:

$$SSE_A = 1110,6909 \text{ și } SSE_B = 1633,8994$$

de unde rezultă:

$$POR_{2005-2007} = 0,00478$$

---

Dacă rezultatul este subunitar, Modelul A este mai performant decât Modelul B, respectiv modelul APT este mai performant decât modelul CAPM.

Pentru subintervalul secund:

$$SSE_A = 311,3083 \text{ și } SSE_B = 356,1947$$

Rezultă:

$$POR_{2008-2010} = 40,6239$$

Rezultatul supraunitar pune în evidență o superioritate a Modelului B față de Modelul A, respectiv CAPM față de APT.

**Luând în calcul perioada de timp în ansamblu**, se obțin următoarele date:

$$SSE_A = 234,8943 \text{ și } SSE_B = 327,3897$$

Rezultă:

$$POR_{2005-2010} = 0,0333$$

Rezultatul subunitar indică faptul că Modelul A (APT) este mai potrivit decât Modelul B (CAPM).

În concordanță cu cele ale majorității studiilor anterioare (Cagnetti; Theriou, Aggelidis și Maditinos și altele), care au relevat superioritatea APT în cele mai multe dintre cazuri.

Comparațiile dintre cele două modele, ținând cont de fiecare criteriu luat în calcul și punând în evidență modelul mai potrivit în explicarea rentabilităților se prezintă în continuare:

**Comparație între cele două modele (potrivit criteriilor stabilite)**

*Tabelul 8.*

	<i>Analiza reziduală</i>	<i>Ecuția Davidson-MacKinnon</i>	<i>Posterior odds ratio</i>
<b>2005-2007</b>	APT	APT	APT
<b>2008-2010</b>	APT	APT	CAPM
<b>Interval total 2005-2010</b>	APT	APT	APT

---

## Concluzii

Cu o singură excepție, (perioada 2008-2010 după criteriul comparativ dat de “Posterior odds ratio”), APT a reieșit ca fiind Modelul capabil să **explice randamentele activelor** într-o măsură mai mare decât Modelul CAPM, fapt oarecum logic și normal, din moment ce permite ca aceste randamente să fie influențate și să depindă de un număr mai mare de factori decât cel unic, portofoliul pieței, oferit de CAPM.

Alte aspecte:

- disponibilitatea și acuratețea datelor nu este garantată în totalitate, datele lipsă au fost completate prin interpolare, care nu este sinonimă cu exactitatea;

- s-a folosit un estimator “proxy” pentru rata dobânzii fără risc;
- posibilitatea unor inexactități de calcul

**Note:**

2. <http://www.bvb.ro>
3. <http://www.kmarket.ro>
4. [www.bnr.ro](http://www.bnr.ro)

## Bibliografie

- **Cagnetti, A.**(2007) – “*CAPM and APT in the Italian Stock Market: an empirical study.*”, Unpublished article;
- **Chen, N.F.**(1983) – “*Some empirical tests of the theory of arbitrage pricing.*”, Journal of Finance, 1393-1414;
- **Copeland, T.; Weston, F.**(2004) – “*Financial Theory and Corporate Policy*”, 4<sup>th</sup> edition, Addison-Wesley Publishing Company;
- **Davidson, R.; MacKinnon, J.**(1981) – “*Several tests for model specification in the presence of alternative hypothesis.*”, Econometrica 49(3), 781-793;
- **Groenewold, N.; Fraser, P.**(1997) – “*Share prices and macroeconomic factors.*”, Journal of Business Finance and Accounting 24(9), 1367-1383;
- **Pieleanu, F.**(2011) – “*Empirical testing of CAPM model on the Romanian capital market.*”, Paper sent for publication, Academy of Economic Studies Bucharest;
- **Pieleanu, F.**(2011) – “*The APT model and its applicability in Romania’s case.*”, Paper sent for publication, Academy of Economic Studies Bucharest;
- **Theriou, N.; Aggelidis, V.; Maditinos, D.**(2007) – “*Testing the relation between risk and returns using CAPM and APT: the case of Athens stock exchange.*”, Paper from TEI of Kavala, School of Business and Economics;
- **Yuen, M.**(1985) – “*An empirical test of the APT in the Hong Kong stock market.*”, Master Thesis and Dissertation;
- **Zellner, A.**(1979) – “*Statistical analysis of econometric models.*”, Journal of the American Statistical Association 74(367), 628-651;