
Seriile dinamice / cronologice (de timp)

-prezentare teoretică, structură, relațiile dintre indici

Prof. univ. dr. Constantin ANGHELACHE

Academia de Studii Economice / Universitatea "Artifex" din București

Conf. univ. dr. Alexandru MANOLE

Universitatea "Artifex" din București

Abstract

Seriile dinamice / cronologice (de timp) evidențiază caracteristica temporală a fenomenelor, fiind un instrument important în contextul analizelor macroeconomice. Specific seriilor dinamice este faptul că se definesc pentru entități complexe, caracterizate printr-un nivel înalt de variație al datelor indicatorilor, inclusiv variațiile structurale temporale.

Cuvinte cheie: *serii, termeni, metodologie, interval de timp, medie*

Seria dinamică / cronologică este formată din două șiruri de date paralele, în care primul șir arată variația caracteristicii de timp, iar cel de-al doilea șir, variația fenomenului sau caracteristicii cercetate, de la o unitate de timp la alta. Seriile dinamice / cronologice se mai numesc și serii de timp.

Interdependența termenilor unei serii dinamice este a respectării principiului unității de timp și spațiu: indicatorii prezentați sunt valori succesive ale acelorași fenomene înregistrate la nivelul aceleiași unități teritoriale sau administrative.

În cazul seriilor respective – dată fiind interdependența dintre termeni – se pune problema cunoașterii liniei (curbei) de tendință specifică fiecărei etape de dezvoltare și care, în sens statistic, exprimă într-o formă cantitativă însăși acțiunea legii care le determină.

Analiza statistică a seriilor cronologice trebuie să se bazeze pe un sistem de indicatori care să caracterizeze multiplele relații cantitative din interiorul seriei și pe perioada la care se referă datele.

Pentru indicatorii seriilor dinamice / cronologice (de timp), datele statistice obținute în urma prelucrării pot fi date absolute, relative și medii care, împreună, permit caracterizarea sub raport statistic a dezvoltării fenomenelor

studiate prin interpretarea tendinței obiective de dezvoltare a acestora în fiecare etapă dată.

Indicatorii absoluți:

y_i – nivelurile absolute ale termenilor seriei;

$\Delta_{i/0}$ – modificarea absolută (spor sau scădere absolută) calculată cu bază fixă;

$\Delta_{i/i-1}$ – modificarea absolută (spor sau scădere absolută) calculată cu bază în lanț.

Indicatorii relativi:

I_1 – indicele de dinamică calculat ca bază fixă;

$I_{i/t-1}$ – indicele de dinamică calculat cu bază în lanț;

$R_{i/0}$ – ritmul de creștere (scădere) întâlnit în literatura de specialitate și sub denumirea de indice al ritmului sporului, calculat cu bază fixă;

$R_{i/t-1}$ – ritmul de creștere (scădere) calculat cu bază în lanț;

$A_{i/0}$ – valoarea absolută a unui procent de creștere (scădere) cu baza fixă;

$A_{i/t-1}$ – valoarea absolută a unui procent de creștere (scădere) cu bază în lanț.

Indicatorii medii:

\bar{y} – nivelul mediu al unei serii cronologice de intervale;

$\bar{\Delta}$ – nivelul mediu al sporului (scăderii) absolute;

\bar{I} – indicele mediu al dinamicii;

\bar{R} – ritmul mediu de creștere.

Metodologia de calcul al indicatorilor utilizați pentru a caracteriza o serie este elaborată pe exemplul seriilor de intervale de timp, care asigură continuitatea variației de timp și poate fi interpretată ca o funcție analitică de timp:

$$y_i = f(t_i),$$

unde:

y_i = valorile variabilei studiate;

t_i = valorile numerice ale variabilei de timp.

• **Indicatorii absoluți** se exprimă în unitățile concrete în care se măsoară și fenomenul supus cercetării.

Dacă se notează cu t variabila de timp și cu y cifra de afaceri pe unități de timp, seria va lua valori de la y_0 (perioada de bază a seriei) la y_n (ultimul termen al seriei), respectiv:

- Pentru variabila „ y ” în literatura de specialitate se folosesc notațiile:

$$y_1, y_2 \dots y_i \dots y_n \quad i = \overline{1, n}$$

sau:

$$y_1, y_2 \dots y_t \dots y_T \quad t = \overline{1, T}$$

- Pentru analogia indicilor, s-au folosit notațiile:

$$y_0, y_1 \dots y_i \dots y_n \quad i = \overline{0, n}$$

Seria este formată din $n + 1$ termeni.

Un prim indicator absolut, volumul seriei, se poate calcula numai pentru seria de intervale, la care termenii sunt cumulabili.

Sporul (scăderea) absolut(ă) poate fi calculat fie față de nivelul unei singure perioade considerate ca bază de referință, fie de la o perioadă de timp la alta. În primul caz se obține sporul (scăderea) cu bază fixă, în cel de-al doilea se obține sporul (scăderea) cu bază în lanț, cunoscut și sub denumirea de spor (scădere) absolut(ă) cu bază variabilă [1].

• Sporul cu bază fixă notat cu $\Delta_{i/0}$ se obține ca diferență între nivelul fiecărei perioade y_i și nivelul perioadei de referință y_0 :

$$\Delta_{i/0} = y_i - y_0.$$

Într-o serie de y_i termeni ($i = \overline{0, n}$) se pot obține n sporuri cu bază fixă și bază în lanț, cu unul mai puțin față de numărul termenilor seriei.

Între sporurile cu bază în lanț și sporurile cu bază fixă există relația:

$$\sum_{i=1}^n \Delta_{i/i-1} = \Delta_{n/0},$$

$$(y_1 - y_0) + (y_2 - y_1) + \dots + (y_n - y_{n-1}) = y_n - y_0.$$

Folosind relația de bază, se calculează:

$$\Delta_{i/0} - \Delta_{i-1/0} = \Delta_{i/i-1}$$

$$(y_i - y_0) - (y_{i-1} - y_0) = y_i - y_{i-1}$$

Deși modificările absolute pot lua și valori negative, în mod frecvent se folosesc expresiile „creștere zero” și „creștere negativă”.

Indicatorii relativi ocupă un loc deosebit de important în analiza

concretă a dinamicii fenomenelor social-economice. Indicatorii sunt folosiți pe larg în analizele macroeconomice în legătură cu stabilirea proporțiilor și corelațiilor între diferitele activități și sectoare ale economiei naționale

Mărimea relativă, care arată de câte ori s-a modificat un fenomen în timp, se numește *indice de dinamică* și se poate calcula cu bază fixă și cu bază în lanț.

- Indicele de dinamică cu bază fixă se notează cu $I_{i/0}$ și se calculează ca raport între nivelul fiecărui an și nivelul anului ales ca bază; se exprimă, de regulă, sub formă de procente:

$$I_{i/0} = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100,$$

Indicele de creștere cu bază în lanț ($I_{i/i-1}$):

$$I_{i/i} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100,$$

Se pot obține atâția indici cu bază fixă cât numărul termenilor și cu unul mai puțin pentru indicii cu baza în lanț.

Există relații care permit trecerea de la o formă la alta:

$$\prod_{i=1}^n I_{i/i} = I_{n/0},$$

deci:

$$I_{1/0} \cdot I_{2/1} \cdot I_{3/2} \cdots I_{n/n-1} = I_{n/0}.$$

În mod corespunzător se poate face trecerea și de la indicii de dinamică cu bază fixă la cei cu bază în lanț:

$$\frac{I_{i/0}}{I_{i-1/0}} = \frac{y_i}{y_0} \cdot \frac{y_{i-1}}{y_0} = \frac{y_i}{y_{i-1}}.$$

$$\frac{I_{i/0}}{I_{i-1/0}} = I_{i/i-1}.$$

În practică interesează nu numai de câte ori a crescut fenomenul cercetat în timp, ci și cu cât nivelul comparat a depășit în mărimi relative nivelul folosit ca bază de raportare (fixă sau variabilă).

Ritmul de creștere cu bază fixă este un raport între sporul cu bază fixă al fiecărei perioade și nivelul anului ales ca bază. Se notează cu $R_{i/0}$ și este de regulă exprimat sub formă de procente:

$$R_{i/0} = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100.$$

Indicatorii pot fi prezentați și în forma:

$$R_{i/0} = \frac{y_i - y_0}{y_0} = \frac{y_i}{y_0} - \frac{y_0}{y_0} = \frac{y_i}{y_0} - 1.$$

Or, $\frac{y_i}{y_0}$ este egal cu indicele de dinamică cu baza fixă. Relația se mai poate scrie: y_0

$$R_{i/0} = I_{i/0} - 1.$$

Dacă se exprimă procentual:

$$R_{i/0} \% = I_{i/0} \% - 100$$

Rezultă că dacă se cunoaște indicele de dinamică cu bază fixă, indicele ritmului sporului este ușor de obținut.

Ritmul de creștere cu bază în lanț ($R_{i/i-1}$) se calculează ca raport între sporul cu bază în lanț al fiecărui an și nivelul anului precedent și se exprimă, de regulă, sub formă de procente:

$$R_{i/i} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100.$$

$$R_{i/i-1} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} - \frac{y_{i-1}}{y_{i-1}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} - 1,$$

$$R_{i/i-1} = I_{i/i-1} - 1$$

Dacă este exprimat în procente, relația devine:

$$R_{i/i-1} = (I_{i/i-1} \cdot 100) - 100.$$

De subliniat este faptul că trecerea de la ritmul sporului cu bază fixă la cel cu bază în lanț se poate face numai prin transformarea acestora în indici de dinamică corespunzători:

$$I_{i/0} = (R_{i/0} + 1) \cdot 100$$

$$I_{i/i-1} = (R_{i/i-1} + 1) \cdot 100,$$

deoarece produsul indicilor ritmului sporului cu bază în lanț nu este egal cu indicele ritmului cu bază fixă al întregii perioade:

$$\prod_{i=1}^n R_{i/i-1} \neq R_{n/0}.$$

Folosirea relațiilor de trecere de la o bază la alta și de la indici la ritmuri poate duce la reconstituirea unor date pe care nu le cunoaștem. De exemplu, dacă se cunosc ritmurile cu baza în lanț la o societate comercială și urmează să calculăm pe cele cu baza în lanț, se fac următoarele operații:

- calculul indicilor cu baza în lanț folosind relația:

$$I_{i/i-1}(\%) = R_{i/i-1}(\%) + 100$$

să calculăm indicii cu baza fixă:

$$\prod_{i=1}^n I_{i/i-1} = I_{n/0}$$

Anul de bază se înmulțește cu 100;

- Se calculează ritmul cu bază fixă: $I_{i/0} \% - 100 = R_{i/0} \%$.

Pentru interpretarea ritmurilor anuale de creștere trebuie avut în vedere următorul aspect: spre deosebire de indicii cu bază fixă, care sunt comparabili între ei având același numitor, indicii cu baza în lanț având bază variabilă, nu se pot compara nemijlocit.

- *Valoarea absolută a unui procent de creștere cu bază fixă* este aceeași pentru întreaga perioadă, deoarece nivelul care s-a considerat egal cu 100% este nivelul anului de bază (y_0) și exprimă câte unități, din sporul înregistrat într-un an, revin la fiecare procent din ritmul sporului:

$$A_{i/0} = \frac{\Delta_{i/0}}{R_{i/0}\%} = \frac{y_i - y_0}{\frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100} = \frac{y_0}{100}$$

Valoarea absolută a unui procent de creștere cu bază în lanț se notează în mod corespunzător cu $A_{i/i-1}$ și se bazează pe același raționament:

$$A_{i/i-1} = \frac{\Delta_{i/i-1}}{(R_{i/i-1})100};$$

$$A_{i/i-1} = \frac{\Delta_{i/i-1}}{R_{i/i-1}\%} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100} = \frac{y_{i-1}}{100}$$

$$A_{i/i-1} = \frac{y_{i-1}}{100};$$

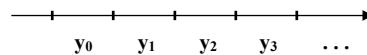
Se face legătura dintre indicatorii absoluți și cei relativi, ajutând la interpretarea corectă a acestora.

• Prin calcularea indicatorilor absoluți și relativi se caracterizează relațiile care există între termenii individuali ai unei serii, luați câte doi. Rezultă gradul de variabilitate a termenilor unei serii, ca urmare a influenței exercitate de toate cauzele și condițiile ce determină evoluția fenomenului respectiv.

În analiza dinamicii fenomenelor se pot calcula medii de nivel și medii de ritm.

Nivelul mediu al unei serii.

Dacă se reprezintă pe o axă termenii unei serii de intervale, apar sub forma:



Nivelul mediu al unei serii dinamice de intervale se poate calcula aplicând formula mediei aritmetice simple (intervalele de timp fiind egale între ele):

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=0}^n y_i}{n+1}.$$

Dacă termenii seriei sunt notați de la y_i , ($i = \overline{1, n}$), nivelul mediu al

seriei de intervale devine: $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$

Dacă termenii seriei se notează $y_1, y_2 \dots y_i \dots y_n$, rezultă n termeni și $n-1$ sporuri cu baza în lanț. Formulele de calcul vor fi adaptate:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=2}^n \Delta_{i/i-1}}{n-1} = \frac{\Delta_{n/1}}{n-1}.$$

În mod analog se calculează și *sporul mediu anual*:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{i/i-1}}{n},$$

n = numărul sporurilor cu baza în lanț ai seriei, respectiv numărul termenilor minus 1.

Sporul mediu anual depinde, în ultimă instanță, de diferența de mărime dintre primul și ultimul termen, deoarece, pe baza relației ce există între sporurile cu baza în lanț și cele cu bază fixă, suma sporurilor cu baza în lanț este egală cu sporul cu baza fixă al întregii perioade:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{i/i-1}}{n} = \frac{\Delta_{n/0}}{n},$$

(1) (2)

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n},$$

Rezultă că, în acest caz, pot fi folosite două formule de calcul pentru sporul mediu.

Dacă în interiorul aceleiași serii se întâlnesc tendințe opuse, care, pe grafic, corespund unei schimbări de forma unei parabole de gradul doi, cu un punct de maxim sau minim, seria trebuie să se dividă în două părți, calculând indicatorii medii respectivi.

În cazul notării termenilor seriei y_i , $i = \overline{1, n}$, formulele de calcul pentru sporul mediu devin:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=2}^n \Delta_{i/i-1}}{n-1} = \frac{\Delta_{n/1}}{n-1}$$

Indicele mediu de creștere urmează să arate de câte ori trebuie să crească an de an nivelul fenomenului cercetat:

$$I_{1/0} \cdot I_{2/1} \cdot I_{3/2} \cdot I_{4/3} \cdot \dots \cdot I_{n/n-1} = I_{n/0};$$

$$\bar{I} \cdot \bar{I} \cdot \bar{I} \dots \bar{I} = I_{n/0},$$

$$I_{1/0} \cdot I_{2/1} \cdot I_{3/2} \cdot I_{4/3} \dots I_{n/n-1} = \underbrace{\bar{I} \cdot \bar{I} \cdot \bar{I} \dots \bar{I}}_{\text{de } n \text{ ori}},$$

\bar{I} fiind o mărime constantă, produsul din membrul doi al egalității se poate înlocui cu valoarea sa ridicată la o putere egală cu numărul de termeni (\bar{I}^n).

$$I_{1/0} \cdot I_{2/1} \cdot I_{3/2} \cdot I_{4/3} \cdot \dots \cdot I_{n/n-1} = \bar{I}^n$$

$$\prod_{i=1}^n I_{i/i-1} = \bar{I}^n,$$

$$\bar{I} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n I_{i/i-1}}.$$

De subliniat că indicii de creștere trebuie utilizați sub formă de coeficienți și nu sub formă de procente.

Și în acest caz numărul indicilor cu baza în lanț este mai mic cu o unitate față de termenii seriei inițiale. Formula folosită corespunde, de fapt, formulei de calcul al mediei geometrice:

\bar{x}_g = indicele mediu;

x_i = indicii din care se calculează media.

Produsul indicilor cu bază în lanț va fi egal cu indicele cu bază fixă al întregii perioade:

$$\bar{I} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n I_{i/i-1}} = \sqrt[n]{I_{n/0}} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}}.$$

(1)

(2)

Se folosesc în funcție de datele de care se dispune. Pentru seriile mai lungi este mai avantajos de calculat prin cea de-a doua formulă.

Pentru seria notată de la 1 la n, formulele de calcul al indicelui mediu de dinamică:

$$I = \sqrt[n-1]{\prod_{i=2}^n I_{i/i-1}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}.$$

(1)

(2)

În legătură cu calculul indicelui mediu, în practică se poate pune și problema ca, dispunând de mai mulți indici medii ce caracterizează mai multe subperioade succesive de timp, să se calculeze indicele general ce caracterizează întreaga perioadă. Se poate calcula ca medie geometrică ponderată a indicilor medii de creștere:

$$\bar{\bar{I}} = \sum_{i=1}^k n_i \sqrt[n_i]{\bar{I}_1^{n_1} \cdot \bar{I}_2^{n_2} \cdot \bar{I}_3^{n_3} \dots \bar{I}_k^{n_k}}$$

$\bar{\bar{I}}$ = indicele mediu general de creștere;

\bar{I} = indicele mediu parțial de creștere;

n_i = numărul indicilor cu bază în lanț ce intră în componența fiecărui indice mediu parțial;

k = numărul subperioadelor, respectiv al indicilor medii parțiali.

Ritmul mediu de creștere arată cu cât a crescut fenomenul respectiv în mărimi relative, pe perioada analizată, în medie de la o unitate de interval la alta.

Ritmul mediu de creștere se poate calcula ca diferență între indicele mediu de dinamică, exprimat în procente și 100% (care reprezintă baza de raportare).

$$\bar{R} = (\bar{I} \times 100) - 100;$$

Concluzie

Indicatorii unei serii cronologice pot fi constituiți într-un sistem, în care fiecare permite să se scoată în evidență câte un aspect al modului de dezvoltare a fenomenelor cercetate. Veridicitatea indicatorilor este determinată de modul de alcătuire a seriilor, de semnificația perioadei alese pentru evoluția fenomenului de studiat, de omogenitatea datelor empirice utilizate și de lungimea seriei. În acest sens, numărul de termeni urmează să fie suficient de mare pentru a satisface cerințele **Legii numerelor mari**, cu care se interpretează statistic legitățile de evoluție a fenomenelor. În cazul seriilor neomogene, cu tendințe variate de dezvoltare, se impune calcularea indicatorilor pe fiecare etapă sub formă de indicatori parțiali, altfel conținutul indicatorilor, respectiv datele obținute din prelucrare nu sunt reale și concluziile teoretice și practice formulate n-au un fundament corect și nu pot fi folosite la elaborarea lucrărilor de prognoză pentru diferite perioade de timp.

Bibliografie

- [1] Biji, M., Biji, E.M., Lilea, E., Anghelache, C. – „*Tratat de statistică*”, Editura Economică, București, 2002
- Anghelache, C. – „*Statistică teoretică și economică, teorie și aplicații*”, Editura Economică, București, 2004
 - Box, G.E.P., Jerks, G.M. – „*Time Series Analysis, Forecasting and Control*”, Holdenday, San Francisco, 1970
 - Bry, G., Cyclical, C. (1971) – „*Analysis of Time Series*”, Columbia University Press, New York
 - Isaic-Maniu, Al. – „*Statistică*”, Editura Universitară, București, 2006