
Aplicarea Metodei regresiei în calculul indicatorilor riscului economic

Dr. ec. Florina ROMAN STAN

Abstract

*Prin articolul prezentat se scoate în evidență faptul că **riscul economic** este influențat de mai mulți factori. Prin **Metoda regresiei** urmează să se stabilească gradul de influență a fiecărui factor. Au fost efectuate calcule și analize pentru un număr diferit de societăți comerciale, pentru serii mai mici sau mai mari, utilizându-se un număr mai mic sau mai mare de variabile independente ce pot influența riscul economic, ca variabilă dependentă.*

Analiza, precum și Metoda regresiei, pot facilita procesul managerial atât din punctul de vedere al corectitudinii deciziilor luate, cât și al operativității deciziilor.

Cuvinte cheie: risc economic, Metoda regresiei, estimator, variabilă independentă, variabilă dependentă, eșantion.

Analizarea proceselor din economie, într-un număr mare de cazuri, face necesară observarea proceselor pentru toate cazurile sau elementele respective, ceea ce este foarte costisitor, fie pentru un eșantion de cazuri, ceea ce implică riscul abaterii de la adevăratele valori ale parametrilor studiați. Pentru a diminua riscul și a obține rezultate eficiente folosind un număr redus de cazuri, rezultate ce pot fi generalizate asupra ansamblului cazurilor în care se desfășoară procesul economic analizat, teoria estimației își propune determinarea unei mărimi “ \hat{a} ” pentru un parametru oarecare “ a ” observând un eșantion, bazându-se pe o funcție de observație $\hat{a}(s)$, care descrie un anumit comportament al indicatorului, așa încât să fie o aproximație cât mai precisă a parametrului a .

Funcția $\hat{a}(s)$ este considerată estimator, iar valoarea luată de aceasta, estimație.

Dacă estimatorul este definit ca o formulă sau o metodă prin care se estimează un parametru necunoscut, estimația rezultă din aplicarea formulei asupra eșantionului de date ce caracterizează procesul analizat.

Pentru determinarea parametrilor care exprimă în ce măsură unul sau mai mulți factori influențează procesul economic, metodologia statistică se axează pe **funcția de regresie**. Estimarea parametrilor funcției elementare care descrie dependența dintre efect (y) și factori (x) se face prin utilizarea Metodei regresiei.

Din punct de vedere statistic, riscul economic reprezintă o variabilă rezultativă dependentă de una, două sau mai multe variabile factoriale independente .

Dacă pentru determinarea riscului economic, ca variabilă dependentă Y, se folosește Metoda regresiei, se va construi o funcție de regresie $f(x_1, x_2, \dots)$ pe baza căreia se va stabili legătura dintre variabila rezultativă Y și variabilele independente x_1, x_2, \dots , obținându-se ecuația de regresie:

$$Y=f(x_1, x_2, \dots) .$$

Numărul variabilelor independente x_1, x_2, \dots , poate fi mai mare sau mai mic, în funcție de factorii de influență considerați .

Modelul de regresie unifactorială se folosește când asupra variabilei Y acționează un singur factor x , ceilalți factori având o acțiune constantă și neglijabilă. În acest caz, ecuația de regresie este:

$$Y=f(x)+\varepsilon.$$

Modelul de regresie unifactorial folosit:

$$Y=a+bx_i+\varepsilon,$$

a,b=parametrii , coeficienții ce urmează a fi calculați.

Parametrii a,b se estimează cu ajutorul Metodei celor mai mici pătrate (MCMMP), potrivit căreia, suma pătratelor abaterilor între punctele observate (valorile reale) și valorile funcției y să fie minimă:

$$\sum (y_i - y)^2 = \text{minim}$$

$$\sum (y - a - bx)^2 = \text{minim}$$

Dacă se consideră riscul economic (RE) variabilă dependentă pentru un număr de cinci unități economice, ca fiind influențată de o singură variabilă independentă, respectiv de gradul îndatorării de risc (GR), se pot calcula parametrii a,b:

Riscul economic și gradul îndatorării de risc la un număr de 15 societăți comerciale

Tabel 1

S.C.	GR=x	RE=y
1.	1,2	5,5
2.	0,9	5
3.	1,15	6
4.	1,18	6,3
5.	1,12	5,2
6.	0,3	4,2
7.	0,8	5,7
8.	0,6	4,9
9.	1,2	6,3
10.	1,37	6,42
11.	1,55	6,75
12.	1,8	7,02
13.	1,95	7,12
14.	2,3	7,46
15.	2,49	7,63

$$y_i = 4,016 + 1,57x_i; \quad ; i = 1;15$$

$$b = 1,57$$

Coeficientul $\hat{a} = 4,016$ și reprezintă nivelul riscului economic, care nu este determinat de gradul îndatorării de risc, ci de alți factori. Coeficientul $b = 1,57$ indică faptul că între cele două variabile există o legătură directă; în medie, la creșterea cu o unitate a gradului îndatorării de risc, riscul economic crește cu 1,57 unități monetare.

ANOVA^b and coefficients

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	12.658	1	12.658	101.342	.000 ^a
	Residual	1.624	13	.125		
	Total	14.282	14			

a. Predictors: (Constant), GR

b. Dependent Variable: RE

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error				Beta	Lower Bound
1	(Constant)	4.016	.226		17.749	.000	3.527	4.505
	GR	1.570	.156	.941	10.067	.000	1.233	1.907

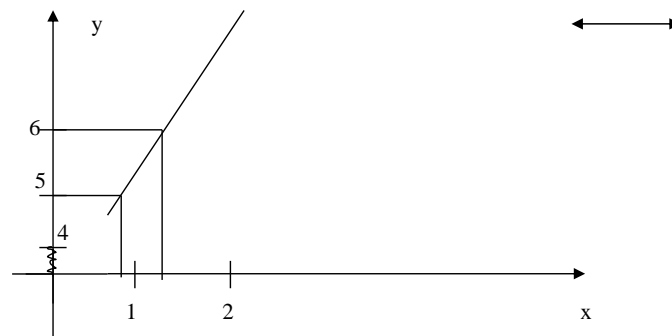
a. Dependent Variable: RE

Din sistemul de ecuații normale:

$$\begin{cases} na + b \sum x = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

$n=15$ număr de unități observate $\Rightarrow \bar{y} = a + b\bar{x}$
sau $a = \bar{y} - b\bar{x}$

Dreapta de regresie trece prin punctul mediu $(\bar{x}; \bar{y})$



$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n} ;$$

Dacă variabila dependentă y este influențată de mai multe variabile x , se folosește un model de regresie multifactorială, model liniar a cărui expresie este dată de relația:

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_p x_p ,$$

a_0 = coeficient care exprimă influența factorilor neincluși în model, considerați cu acțiune constantă ;

$a_i, i=1; p$ = coeficienții de regresie multiplă, care arată ponderea cu care influențează fiecare caracteristică factorială x_i asupra caracteristicii rezultative y .

Parametrii a_0, a_1, \dots, a_p se calculează pe baza Metodei celor mai mici pătrate.

Considerând indicatorii Rata autonomiei financiare (Raf) și Rata de finanțare a stocurilor (Rfs) ca fiind două variabile independente de mărimea cărora depinde **mărimea riscului economic**, se poate determina riscul economic printr-o funcție de regresie liniară de două variabile, utilizând programul informatic SPSS. Pentru opt societăți comerciale având ca obiect de activitate fabricarea materialelor de construcții s-au calculat cei doi indicatori, după care s-au prelucrat datele obținute.

Relațiile de determinare a celor două rate:

$$R_{af} = \frac{\text{Capital propriu}}{\text{Capital propriu} + \text{Imprumutat}}$$

R_{af} exprimă ponderea surselor proprii de finanțare în total capital disponibil.

$$R_{fs} = \frac{\text{Fondul de rulment}}{\text{Stocuri}}$$

R_{fs} exprimă posibilitatea finanțării stocurilor din fondul de rulment.

Rezultatele obținute se prezintă în continuare:

Baza de date pentru aplicarea regresiei liniare

	riscecon	rautfin	rfinstoc	var	var	var	var	var	var
1	5.00	.74	.25						
2	3.50	.50	.32						
3	4.00	.81	.63						
4	2.60	.43	.52						
5	2.00	.59	.28						
6	3.00	.62	.41						
7	4.20	.65	.24						
8	2.20	.55	.36						
9									
10									

Rezultatele prelucrării datelor prin Metoda regresiei liniare

The screenshot shows the SPSS Output Navigator window with the following data:

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	3.574	2	1.787	2.161	.211 ^a
	Residual	4.134	5	.827		
	Total	7.709	7			

a. Predictors: (Constant), RFINSTOC, RAUTFIN
b. Dependent Variable: RISCECON

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.425	1.890		.225	.831
	RAUTFIN	5.691	2.794	.671	2.037	.097
	RFINSTOC	-1.570	2.503	-.207	-.627	.558

a. Dependent Variable: RISCECON

Funcția de regresie liniară rezultată: $Y=0.425+5.691x_1-1.57x_2$

Din funcția de regresie se poate observa că 0,425 reprezintă nivelul riscului economic care nu este determinat de Rata de autofinanțare sau de Rata de finanțare a stocurilor, ci de alți factori.

Între riscul economic și rata autonomiei financiare există o legătură directă. La creșterea cu o unitate a ratei autonomiei financiare, riscul economic crește în medie cu 5,691 unități monetare. Între riscul economic și rata de finanțare a stocurilor există o legătură inversă; la creșterea Ratei de finanțare a stocurilor cu o unitate, riscul economic scade în medie cu 1,57 unități monetare.

Se constată că rezultatele obținute sunt caracteristice unei economii în tranziție, căreia îi sunt specifice și acțiuni ale altor factori necontrolabili ce pot provoca perturbări în funcționarea firmei.

Considerând indicatorii :

$$\text{Raf} = \frac{K_{pr}}{K_{impr} + K_{pr}}$$

$$\text{Rfs} = \frac{FR}{St}$$

Raf=rata autonomiei financiare

Rfs=rata de finanțare a stocurilor

St=stocuri,

Se poate calcula riscul economic printr-o funcție liniară de două variabile. Funcția devine:

$$z - \bar{z} = a(x - \bar{x}) + b(y - \bar{y}),$$

unde

$$\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^N z_i}{N}; \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}$$

Parametrii a, b se pot determina din următorul sistem de două ecuații cu două necunoscute :

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + b \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z}) \\ a \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + b \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(z_i - \bar{z}) \end{cases}$$

Cei doi indicatori, Rata autonomiei financiare (Raf) și Rata de finanțare a stocurilor (Rfs), variabile independente considerate pentru opt societăți comerciale, au dus la determinarea parametrilor a și b în urma unor calcule succesive.

Când trei variabile independente influențează riscul economic, funcția liniară de trei variabile devine:

$$z - \bar{z} = a(x - \bar{x}) + b(y - \bar{y}) + c(t - \bar{t}).$$

Estimațiile parametrilor a,b,c prin Metoda celor mai mici pătrate se realizează din sistemul celor trei ecuații liniare :

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + b \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + c \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(t_i - \bar{t}) = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z}) \\ a \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + b \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 + c \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(t_i - \bar{t}) = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(z_i - \bar{z}) \\ a \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(t_i - \bar{t}) + b \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(t_i - \bar{t}) + c \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2 = \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})(z_i - \bar{z}) \end{cases}$$

Pentru determinarea valorilor maxime, respectiv minime ale variabilei rezultative y, s-a folosit Metoda programării liniare.

Forma generală a unei probleme de programare liniară este dată de extremul (maximul sau minimul) unei funcții liniare de n variabile, de forma:

$$f = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n,$$

cu condiția ca cele n variabile x_n să satisfacă un sistem de m inecuații sau ecuații liniare de forma :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{cases}$$

$$x_j \geq 0; \quad j = 1; 2; \dots - n$$

$$\max(\min)[f] = \max(\min) \left[\sum_{j=1}^n C_j x_j \right]$$

$$(S): \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \\ x_j \geq 0; \quad i = 1; 2; \dots - m \end{cases}$$

Metoda generală de rezolvare, specifică programării liniare este Metoda simplex, dar pot fi aplicate și alte metode:

-Metoda grafică (geometrică), dacă variabila rezultativă este influențată de maxim două variabile independente;

- Metoda algebrică, atunci când două variabile independente pot fi scrise în funcție de a treia.

Ca o aplicație, s-a procedat la construirea unui Model de regresie, pentru a ilustra dependența dintre y – riscul economic și diferite rate economice, variabile independente.

Variabile independente:

$$A = \frac{\text{Datorii financiare totale}}{\text{Rezultatul brut curent}},$$

$$B = \frac{\text{Datorii financiare totale}}{\text{Rezultatul brut total}},$$

$$C = \frac{\text{Cheltuieli cu dobanzile}}{\text{Rezultatul brut curent}},$$

$$D = \frac{\text{Cheltuieli cu dobanzile}}{\text{Rezultatul brut total}},$$

$$E = \frac{\text{Cheltuieli financiare} + \text{Datorii financiare cu scadenta} < 1 \text{ an}}{\text{Rezultatul brut total}},$$

$$F = \frac{\text{Cheltuieli cu dobanda}}{\text{Cifra de afaceri}},$$

$$G = \frac{\text{Cheltuieli cu dobanda}}{\text{Datorii financiare}}.$$

După selectarea variabilelor s-a procedat la construirea funcției de regresie:

$$f(x) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_4 + \dots + \alpha_7 x_7,$$

$$x_1 = A, \quad x_2 = B, \quad x_3 = C, \quad x_4 = D, \quad x_5 = E, \quad x_6 = F, \quad x_7 = G.$$

Funcția exprimă modul în care variabila y rezultativă evoluează sub influența variabilei x .

Valorile indicatorilor considerați caracterizează situația a 16 societăți comerciale din punctul de vedere al interdependenței dintre indicatorii bonității clientului și riscul economic; nu reflectă situații ideale, ci o situație frecventă în condițiile economiei actuale. Cheltuielile financiare și datoriile financiare cu scadență mai mică de un an nu pot fi acoperite întotdeauna din rezultatul brut total.

Concluzia care se desprinde este aceea că ar trebui efectuată o analiză a regresiei pentru trei variante: **o variantă** în care valorile indicatorilor riscului financiar sunt ideale și semnificative pentru un grup de societăți comerciale

eficiente, o variantă în care sunt grupate societăți având situații economico-financiare slabe din punctul de vedere al indicatorilor riscului financiar și o **variantă** în care sunt prezentate societăți cu situații favorabile la unii indicatori și nefavorabile la alți indicatori ai bonității clientului. Exemplul considerat și analizat se include în cea de-a treia variantă.

Valorile variabilei dependente risc economic (mil. lei) și coeficienții variabilelor independente la cele 16 societăți comerciale:

Variabilele independente și dependente la un număr de 16 societăți comerciale, necesare determinării funcției de regresie

Tabel 2

Nr. crt.	A	B	C	D	E	F	G	RISCEC
1	1.57	1.91	0.12	0.15	1.50	0.01	0.08	15.35
2	1.31	1.56	0.22	0.23	0.20	0.01	0.08	14.55
3	1.66	1.52	0.29	0.19	0.34	0.01	0.06	14.38
4	1.22	1.10	0.10	0.09	0.10	0.02	0.05	13.59
5	1.74	1.82	.24	0.25	1.89	0.02	0.62	18.48
6	1.26	1.01	0.01	0.01	1.99	0.01	0.09	12.85
7	1.36	1.21	0.25	0.21	1.19	0.01	0.06	11.95
8	1.76	1.64	0.30	0.29	1.45	0.03	0.10	18.35
9	1.23	1.20	0.08	0.07	1.23	0.04	0.16	19.24
10	1.19	1.18	0.09	0.08	1.23	0.02	0.17	17.42
11	1.46	1.36	0.14	0.13	1.40	0.00	0.12	10.51
12	1.03	1.05	0.15	0.16	1.09	0.04	0.09	18.97
13	1.52	1.47	0.13	0.12	1.53	0.02	0.07	13.62
14	1.17	1.16	0.09	0.09	1.24	0.04	0.02	18.33
15	1.62	1.54	0.13	0.13	1.62	0.07	0.08	20.18
16	1.12	1.11	0.16	0.16	1.13	0.05	0.12	19.20

Utilizând programul SPSS s-a obținut următoarea situație a coeficienților și a funcției de regresie prezentată în continuare.

Situația coeficienților funcției de regresie

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	13.919	2.701		5.154	.001	7.691	20.147
	A	-10.094	4.716	-.767	-2.140	.065	-20.969	.781
	B	7.430	3.749	.681	1.982	.083	-1.216	16.076
	C	34.986	23.375	.931	1.497	.173	-18.917	88.890
	D	-32.990	25.713	-.797	-1.283	.235	-92.285	26.305
	E	.753	1.129	.126	.667	.523	-1.849	3.356
	F	141.285	23.044	.867	6.131	.000	88.146	194.423
	G	6.214	3.390	.282	1.833	.104	-1.604	14.031

a. Dependent Variable: RISCEC

Funcția de regresie:

$$\hat{y} = 13.919 - 10.094A + 7.43B + 34.985C - 32.99D + 0.753E + 141.285F + 6.214G$$

Trecând peste această etapă a estimării parametrilor modelului, a urmat testarea semnificației parametrilor estimați.

Din datele funcției de regresie a rezultat:

- coeficientul $\hat{a} = 13,919$ reprezintă nivelul riscului economic care nu este determinat de cele șapte variabile independente considerate, ci de alți factori;

-coeficientul $\hat{b} = -10,094$ precizează că între riscul economic și variabila A există o legătură inversă: cu cât este mai mare coeficientul variabilei A, cu atât riscul economic este mai mic;

-coeficientul $\hat{c} = 7,43$, indică faptul că între riscul economic și variabila B există o legătură directă. Cu cât este mai mare coeficientul variabilei B cu atât este mai mare riscul economic.

-o legătură inversă există și între riscul economic și variabila D, iar între risc și celelalte variabile C, E, F și G există o legătură directă.

Intervalul de încredere este determinat pentru o probabilitate de 95%, din tabelul următor rezultând și intervalele în care se încadrează valorile coeficienților, dar și valorile acestora când se ține seama de împărțiere (coeficienții standardizați).

Validarea modelului se realizează cu ajutorul testului F, respectiv cu ajutorul analizei dispersionale.

ANOVA

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	121.143	7	17.306	7.651	.005a
	Residual	18.095	8	2.262		
	Total	139.238	15			

a. Predictors: (Constant), G, F, C, E, B, A, D

b. Dependent Variable: RISCEC

$$F_{calc} = 7,651$$

$$F_{0,05;1;14} = 4,6$$

$$F_{calc} > F_{0,05;1;14} \Rightarrow \text{MODELUL ESTE VALIDAT CA FIIND ACCEPTABIL.}$$

În continuare rezultă că sunt îndeplinite proprietățile Coeficientului liniar de regresie, ceea ce confirmă validitatea modelului de regresie liniară.

Coefficient Correlations

Model		G	F	C	E	B	A	D
1	Correlations	1.000	.123	.171	-.256	.035	-.078	-.219
	F	.123	1.000	.097	-.300	.116	.014	-.117
		.171	.097	1.000	.493	.661	-.725	-.963
		-.256	-.300	.493	1.000	.277	-.482	-.422
	A	.035	.116	.661	.277	1.000	-.856	-.698
		-.078	.014	-.725	-.482	-.856	1.000	.677
		-.219	-.117	-.963	-.422	-.698	.677	1.000
	Covariances	11.493	9.579	13.518	-.981	.448	-1.246	-19.089
	F	9.579	531.007	52.014	-7.813	9.984	1.535	-69.441
		13.518	52.014	546.410	13.017	57.937	-79.901	-579.087
		-.981	-7.813	13.017	1.274	1.171	-2.568	-12.236
	A	.448	9.984	57.937	1.171	14.058	-15.129	-67.326
		-1.246	1.535	-79.901	-2.568	-15.129	22.240	82.071
		-19.089	-69.441	-579.087	-12.236	-67.326	82.071	661.178

a. Dependent Variable: RISCEC

Concluzii

Din tratarea subiectului privind utilizarea Metodei regresiei liniare în identificarea factorilor de influență a riscului economic și a măsurii în care se manifestă influența fiecărui factor a rezultat:

-o analiză pertinentă necesită un eșantion format din cât mai multe societăți comerciale;

-factorii de influență a riscului economic pot varia după domeniul de activitate al firmelor;

- nu există modele perfecte de analiză a riscului economic;
- modelele sunt perfectibile ținând cont de conjunctura economică națională și internațională.

-prin utilizarea metodei de calcul, prelucrare, interpretare, se pot realiza estimări ale parametrilor considerați și se pot efectua predicții. De la rezultate, la factorii de influență, predicțiile ar avea o aplicabilitate mai mult decât operativă.

Se apreciază că este necesară îmbunătățirea bazei de date în sensul utilizării de indicatori care se referă la unități de timp mai mici de un an (trimestre, luni) pentru a surprinde într-un mod mai nuanțat, efectele întârziate. Trebuie lărgit cadrul de referință prin introducerea într-o măsură mai mare a indicatorilor din domeniul financiar-bancar.

Așa cum afirma laureatul premiului Nobel, Feynman, **“este de importanță covârșitoare pentru progres de a recunoaște parțiala ignoranță și a lăsa loc îndoielii...să nu zicem niciodată că am ajuns să știm totul.”**

Bibliografie

- Andrew T. “Statistics and Econometrics, Economic Publishing House, Bucharest, 2003.
- Begu L. S., Marin E. “Theoretical and economic Statistics”, www. digital-library.
- The Chair of political economy, “Political economy”, Economic Publishing House, Bucharest, 1995
- Dobrotă, N. “Political economy”-a unified treatment of the issues of people-vital, Economic Publishing House, Bucharest, 1997.
- Isaic-M, Al., Mitruț, C., Voineagu, V. “Statistics for business management”; Economic Publishing House, Bucharest, 2005.
- Pecican, S. E. “Econometria ... economists Econometrics – theory and applications”, Economic Publishing House, Bucharest, 2005.