Metode, teorii şi modele privind măsurarea riscului de piaţă pentru portofoliul de acţiuni

Prof. univ. dr. Constantin ANGHELACHE
Universitatea „Artifex” Bucureşti,
Academia de Studii Economice Bucureşti
Prof. univ. dr. Vergil VOINEAGU
Dr. Dănuţ CULEŢU
Academia de Studii Economice Bucureşti
Drd. Andreea Gabriela BALTAC
Academia de Studii Economice Bucureşti
Universitatea “Artifex” Bucureşti

Abstract

Riscul de piaţă pentru un portofoliu de acţiuni *este cauzat de modificarea preţului acţiunilor în discuţie fiind important să se analizeze cu atenţie evoluţia preţurilor pentru a putea determina, dacă există, o anumită evoluţie ciclică care poate afecta portofoliul în viitor.*

Cuvinte cheie: *risc de piaţă, senzitivitate, profitabilitate, Value at Risk, tranzacţii cu derivative*

***

Riscul de piaţă este ideal de calculat folosind probabilităţi de distribuire a schimbării valorii de piaţă pe perioade scurte de timp. Metoda se recomandă datorită dificultăţii de estimare pe perioade lungi de timp (fiind greu de preconizat modificarea preţurilor sau volatilitatea lor pe un an, de exemplu) şi ca urmare a relevanţei pe care calculul riscului de piaţă o are pe o perioadă mai scurtă de timp.

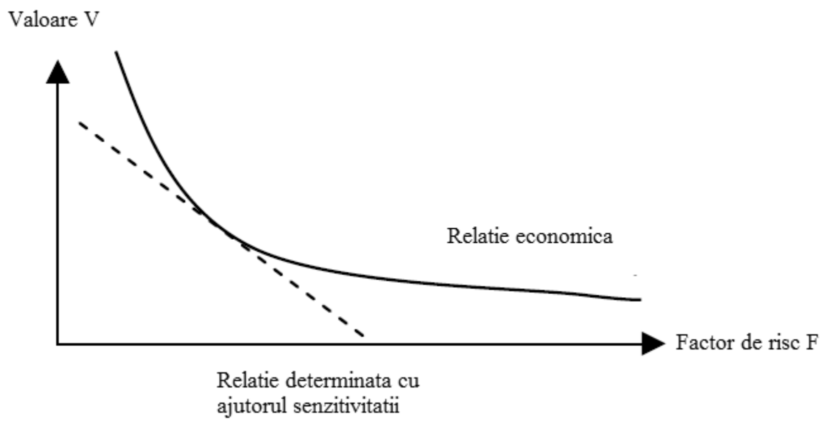
În calcularea riscului de piaţă, primul pas constă în determinarea factorilor de interes care pot afecta titlurile deţinute de investitor. Nu toţi factorii micro şi macroeconomici vor afecta în măsură egală **senzitivitatea preţului titlurilor deţinute**. În cazul obligaţiunilor, întotdeauna riscul de piaţă va apărea ca urmare a riscului de modificare în rata dobânzii (atât ca urmare a riscului ca preţul obligaţiunii să scadă ca urmare a faptului că dobânda pe piaţă a crescut, dar şi ca urmare a riscului ca reinvestirea cupoanelor să fie mai puţin profitabilă deoarece rata de dobândă s-a micşorat).

Riscul valutar, pe de altă parte, este important în cazul investirii în poziţii forward sau futures pe pieţe internaţionale. În acest caz, modificarea ratelor de schimb este cel mai important factor de risc la care este expus un investitor.

După stabilirea cu exactitate a factorilor de risc care pot influenţa poziţiile deţinute în portofoliu, următorul pas este **construirea unui model** care să permită determinarea efectului modificării factorului respectiv asupra valorii portofoliului în cauză.

O măsură de bază pentru calcularea riscului de piaţă este senzitivitatea. Aceasta măsoară pierderea sau câştigul obţinut ca urmare a modificării unui factor al pieţei. În cazul obligaţiunilor, durata determină modificarea în preţul obligaţiunii ca urmare a modificării înregistrate de rata de dobândă. **Senzitivitatea** se detemină utilizând formula $\frac{\Delta V}{\Delta F}$, unde ΔV reprezintă modificarea în valoarea poziţiei deţinute de investitor în momentul modificării factorului de risc F cu o unitate.

Relaţia între valoarea investiţiei şi factorul de risc, determinate cu ajutorul senzitivităţii



Eficienţa metodei de măsurare depinde de cât de mare este modificarea în factorul de risc F. Dacă modificarea este relativ mare, senzitivitatea îşi va pierde din capacitatea de determinare a riscului de piaţă şi va deveni ineficientă. Relaţia între factorul de risc F şi valoarea poziţiei V este una convexă, în timp ce senzitivitatea prezintă o relaţie liniară între cele două elemente. În momentul în care modificarea în factorul de risc F este suficient de mare, distanţa între linia obţinută utilizând senzitivitatea şi curba convexă reprezentând relaţia economică dintre cei doi factori va creşte iar senzitivitatea nu va putea fi utilizată ca o estimare pentru relaţia existentă în realitate.

În ceea ce priveşte determinarea riscului dobânzii în cazul obligaţiunilor, **o metodă tradiţională folosită este analiza duratei**. Durata Macaulay pentru o obligaţiune este calculată ca fiind durata medie până la maturitate a obligaţiunii ponderată cu valoarea actualizată a cash flow-ului generat de obligaţiune.

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n}(i \times PVCF_i)}{\sum_{i=1}^{n}(PVCF_i)}, \qquad (1)$$

$PVCF_i$ reprezintă valoare prezentă a cash flow-ului din momentul t.

Utilizând durata obţinută, se determină senzitivitatea preţului obligaţiunii la modificarea ratei de dobândă:

$$\Delta\% \quad in \quad pretul \quad obligatiunii \approx -D \times \Delta y/(1+y), \qquad (2)$$

y - rata de dobândă; Δy - modificarea suferită de rata de dobândă într-un interval de timp. Cu cât durata este mai mare, cu atât preţul obligaţiunii este mai sensibil la modificări ale ratei de dobândă.

Avantajul metodei constă în faptul că este uşor de calculat, datele fiind simplu de cules şi de implementat în model. Dezavantajul major îl reprezintă faptul că senzitivitatea preţului ţine cont doar de modificări ale dobânzii, fără a include şi alte riscuri întâmpinate de investitor.

Pentru a determina **riscul de piaţă** în cazul investiţiilor în alte titluri mobiliare decât obligaţiunile, de-a lungul timpului **s-a dezvoltat Teoria portofoliului**. Teoria are la bază ideea că investitorii aleg să investească în titluri mobiliare în funcţie de rentabilitatea oferită şi de riscul la care sunt expuşi (deviaţia standard a rentabilităţii). Sunt alese portofolii cu rentabilităţi ridicate asociate cu riscuri minime.

La baza **Teoriei portofoliului** se află Modelul lui Markovitz (1952) cu privire la principiile selecţiei activelor componente ale unui portofoliu. Un investitor raţional care are ca scop maximizarea utilităţii investiţiilor va alcătui un portofoliu în funcţie de media şi varianţa rentabilităţii activelor componente. Ipotezele care au stat la baza modelului au fost eficienţa pieţei de capital şi distribuţia normală a rentabilităţilor.

Ulterior, în 1965, Sharpe şi Lintner au dezvoltat Modelul lui Markovitz prin includerea în portofoliu a unui activ fără risc. Astfel, piaţa de capital este în echilibru când toţi investitorii deţin o combinaţie între activul fără risc şi portofoliul pieţei (compus din toate titlurile riscante existente pe piaţă la un moment dat).

Un alt model important în Teoria portofoliului este Modelul lui William Sharpe, dezvoltat în 1964. CAPM (Capital Asset Pricing Model) a fost primul model elaborat care a evidenţiat legătura directă care există între rentabilitatea unui titlu mobiliar şi rentabilitatea unui portofoliu care cuprinde toate titlurile existente pe piaţă la un moment dat. Modelul permite determinarea rentabilităţii cerute pentru orice titlu mobiliar riscant.

A urmat, în anul 1973, publicarea unui alt model important în analiza riscului: Modelul Black – Scholes, care evaluează preţul unei opţiuni în funcţie de maturitatea opţiunii, premiul primit de vânzător, rata de dobândă fără risc, preţul de exerciţiu al opţiunii şi distribuţia normală standard cumulată. Formula folosită:

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2)\,, \tag{3}$$

C - premiul opţiunii de tip call;
S - preţul titlului pentru care s-a construit opţiunea;
K - preţul de exerciţiu al opţiunii;
r - rata de dobândă fără risc;
t - perioada de timp până când opţiunea ajunge la maturitate;
$N(d_1)$ şi $N(d_2)$ - distribuţiile normale standard cumulate

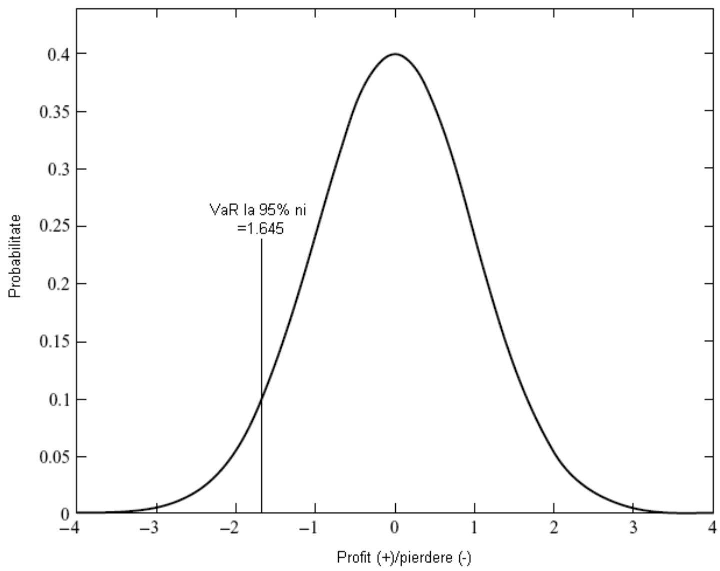
Modelele componente ale Teoriei portofoliului prezintă modalităţi utile în determinarea riscurilor la care sunt expuşi investitorii şi permit încorporarea mai multor tipuri de risc. Modelele permit, de asemenea, prezentarea modului în care riscurile interacţionează unele cu celelalte. Dezavantajul major este că, de cele mai multe ori, datele conţin erori sau sunt greu de cules. De exemplu, pentru modelul CAPM, rata de dobândă fără risc şi rentabilitatea pieţei se obţin cu uşurinţă, în schimb calculul variabilei Beta este complicat deoarece trebuie ţinut cont atât de riscul individual al titlului în discuţie dar şi de riscul portofoliului per ansamblu. Datele pentru o perioadă îndelungată de timp sunt necesare pentru determinarea Beta, date care de cele mai multe ori nu sunt disponibile. Deoarece Beta depinde de compoziţia portofoliului deţinut, acesta trebuie estimat de fiecare dată când portofoliul suferă modificări.

În perioada 1970-1980 s-au iniţiat studii pentru introducerea unor **noi modele de determinare a riscului pe piaţa de capital**. A apărut modelul de măsurare a riscurilor pe piaţa de capital folosind VaR (Value-at-Risk), **cea mai cunoscută metodă de măsurare a riscului de piaţă**. Considerat ca fiind introdus de JP Morgan, VaR a devenit funcţional în jurul anului 1990.

Linsmeier şi Pearson, în articolul scris în 1996, au descris VaR ca fiind „o măsură statistică, sumară şi simplă de măsurare a pierderilor posibile ale unui portofoliu. Mai specific, VaR este o măsură a pierderilor apărute ca urmare a schimbărilor normale a pieţei. Pierderile mai mari decât VaR pot apărea numai cu probabilităţi extrem de scăzute[...]. O dată ce această măsură este înţeleasă, rezultatul obţinut este uşor de interpretat.”.

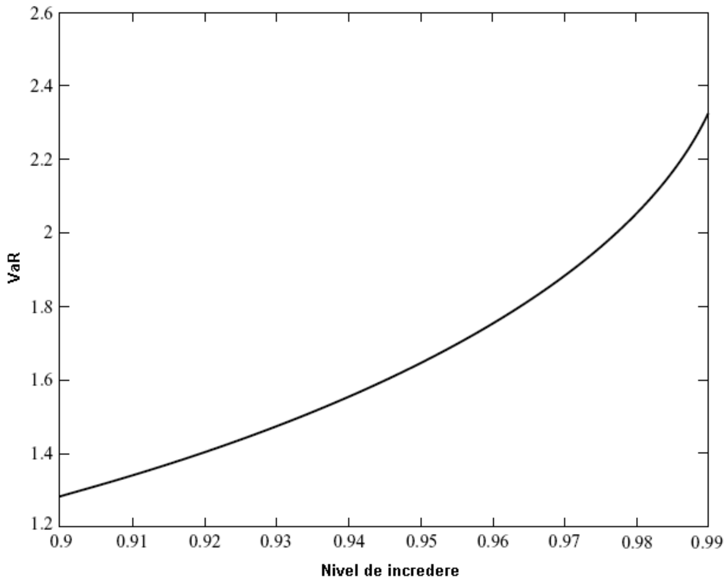
Modelul VaR este definit ca fiind pierderea maximă pe care o poate întâmpina un investitor pe o anumită perioadă de timp, la un anumit nivel de probabilitate. La o probabilitate de 95%, în 95 de zile din 100, pierderea maximă aşteptată este X RON. Pierderile mai mari decât VaR se întâlnesc cu o probabilitate foarte mică, în exemplul prezentat fiind de doar 5%. VaR rezultă în continuare. Este funcţia de densitate a probabilităţii câştigurilor şi pierderilor suportate de un investitor pe o anumită perioadă de timp la un nivel de încredere de 95%. La acest nivel de încredere, valoarea de interes de pe axa Ox este -1,645, ceea ce indică o pierdere maximă posibilă de 1,645.

VaR determinat ca relaţie între profit şi probabilitate



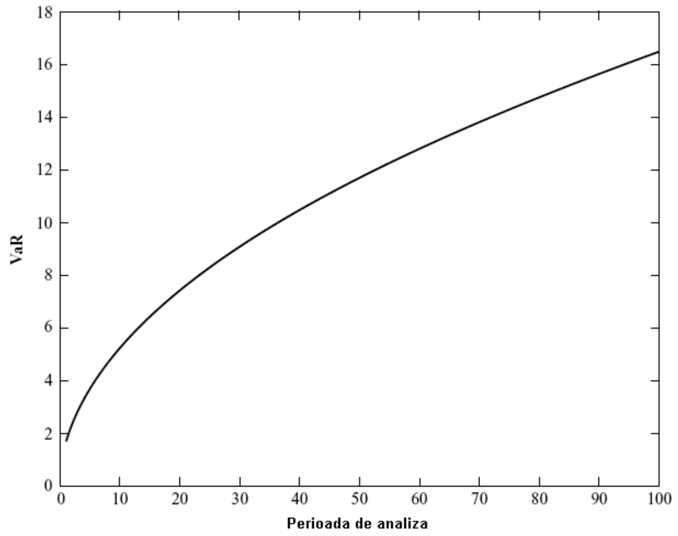
Simultan cu modificarea nivelului de încredere se modifică şi pierderea maximă determinată utilizând metoda VaR. La un nivel de încredere de 99%, pierderea maximă posibilă creşte la 2,326 ceea ce conduce la ideea că VaR va creşte odată cu creşterea nivelului de încredere. Aşa cum se observă şi din graficul următor, VaR va creşte cu o rată crescătoare în momentul în care nivelul de încredere creşte.

Pierderea maximă determinată utilizând metoda VaR, raportată la nivelul de încredere



Altă caracteristică: VaR depinde de orizontul de timp ales pentru determinarea pierderii maxime posibile. Pentru un nivel de încredere de 95% şi o perioadă de analiză cuprinsă între o zi şi 100 de zile, VaR va avea o distribuţie asemănătoare cu cea prezentată în graficul următor. Pierderea maximă se va majora cu radicalul numărului de zile din analiză, de la 1,645 pentru o zi la 16,449 pentru 100 de zile.

Pierderea maximă determinată utilizând metoda VaR, raportată la perioada de analiză



Între modelele Teoriei portofoliului şi VaR există atât asemănări, cât şi deosebiri importante.

- Teoria portofoliului consideră riscul ca fiind definit în totalitate de deviaţia standard a rentabilităţii portofoliului, în timp ce VaR interpretează riscul ca probabilitatea maximă de pierdere.
- Metoda VaR este mai generală decât modelele de teorie a portofoliului: dacă teoria portofoliului consideră că rentabilitatea este normal distribuită, VaR se poate adapta şi utiliza pentru diverse modalităţi de distribuire a rentabilităţii.
- Teoria portofoliului acordă atenţie doar riscului de piaţă, în timp ce metoda VaR poate fi aplicată şi în determinarea altor tipuri de riscuri, cum ar fi riscul de credit, riscul operaţional sau riscul de lichiditate.Avantajele utilizării VaR pentru determinarea riscului de piaţă la care este expus un investitor sunt numeroase, printre care se menţionează:
- VaR reprezintă o metodă consistentă de măsurare a riscului aferent mai multor factori şi mai multor tipuri de portofolii (obligaţiuni, acţiuni, opţiuni etc.), ceea ce înseamnă că acesta permite compararea rezultatelor între mai multe investiţii.
- VaR permite agregarea riscurilor investiţiilor individuale pentru determinarea riscului unui întreg portofoliu, ţinând cont de modalitatea în care factorii de risc intră în legătură unii cu ceilalţi.

- VaR este o măsură care implică probabilităţi şi, ca urmare, permite managerului sau investitorului să aibă o imagine complexă asupra probabilităţii de pierdere a portofoliului. Bineînţeles că există şi probleme care se întâlnesc în cazul folosirii acestei metode de determinare a riscului de piaţă şi care au fost aprig dezbătute de cercetători de-a lungul timpului:
- Beder (1995) a sugerat că estimările obţinute folosind metode diferite de calcul al VaR dau rezultate foarte diferite şi sunt, de asemenea, expuse la riscul de implementare al modelului. În cazul în care investitorii iau decizii cu privire la investiţiile lor pe baza unui calcul eronat al VaR, pierderile pot fi considerabil mai mari decât cele determinate de model, la fel ca şi riscurile asumate.
- VaR nu ţine cont de cum reacţionează investitorii de pe piaţa de capital. În momentul în care se determină riscul de piaţă utilizând modelul VaR, investitorii, în speţă traderii, vor încerca să îşi adapteze poziţiile şi strategiile astfel încât să profite de titlurile subestimate sau supraestimate. Astfel VaR nu va mai fi calculat corect iar probabilitatea pierderii maxime va fi eronată.
- Taleb (1997) a demonstrat că VaR poate duce la destabilizarea sistemului financiar. Dacă considerăm că majoritatea celor care sunt interesaţi de măsura VaR sunt traderi dinamici, care trebuie să îşi dimensioneze activ portofoliul pentru a se apăra împotriva modificării preţurilor acţiunilor din portofoliul lor, acţiunile lor pot duce la apariţia corelaţiei între riscuri care se presupune că sunt necorelate. Rezultă că firmele sunt expuse la un risc mai mare decât cel determinat utilizând metoda VaR.

S-au constatat şi alte limitări ale metodei VaR. Ca orice alt model statistic, şi VaR poate fi supus erorilor de culegere a datelor şi erorilor de utilizare a modelului sau de implementare. Trebuie subliniat faptul că VaR indică maximul pe care investitorul îl poate pierde în 95% din cazuri. Există 5% din cazuri în care pierderile sunt cu mult mai mari decât cele indicate de VaR dar nu sunt incluse în estimările obţinute prin folosirea metodei VaR. În cazul în care se utilizează metoda VaR pentru a estima pierderile maxime posibile pentru un portofoliu cu rentabilităţi distribuite normal, formula va fi:

$$VaR = -\alpha_{ni}\sigma_{c/p} - \mu_{c/p}, \quad (4)$$

$\mu_{c/p}$ - valoarea medie a câştigurilor/pierderilor;

$\sigma_{c/p}$ - deviaţia standard a câştigurilor/pierderilor;

α_{ni} - variabila standard normală corespunzătoare nivelului de încredere ales. Pentru un nivel de încredere de 95%, α_{ni} este -1,645.

Dacă în loc să se considere că există o distribuţie normală a câştigurilor/ pierderilor înregistrate de portofoliul de titluri de valoare, se consideră că rentabilităţile au o distribuţie normală, cu μ_r (media rentabilităţilor) şi σ_r (deviaţia standard), formula utilizată pentru determinarea VaR va fi:

$$VaR = -(\mu_r + \alpha_{ni}\sigma_r)P_{t-1}, \tag{5}$$

P_{t-1} - valoarea activului deţinut în perioada anterioară.

Pentru aplicarea VaR la portofolii alcătuite strict din acţiuni deţinute la diverse companii (neavând informaţii cu privire la volatilitatea rentabilităţii preţurilor acţiunilor sau la corelaţia dintre aceste date) se poate considera că randamentul acţiunii de interes (R_A) se află în relaţie directă cu randamentul pieţei (R_M), prin relaţia:

$$R_A = \alpha_A + \beta_A R_M + \varepsilon_A, \tag{6}$$

α_A - riscul idiosincratic al companiei;

β_A - coeficientul de risc care determină relaţia dintre randamentul pieţei şi randamentul acţiunilor analizate;

ε_A - termenul rezidual al regresiei.

Ulterior, se determină varianţa rentabilităţii acţunilor utilizând:

$$\sigma_A = \beta_A^2\sigma_M^2 + \sigma_\varepsilon^2, \tag{7}$$

σ_A - deviaţia standard a acţiunii companiei;

σ_M - deviaţia standard a pieţei.

De la ecuaţia respectivă se ajunge la formula utilizată pentru determinarea VaR:

$$VaR = -\alpha_{ni}\sigma_M x_A = -\alpha_{ni} x_A \sqrt{\beta_A^2\sigma_M^2 + \sigma_\varepsilon^2}, \tag{8}$$

x_A - suma investită în acţiunile companiei în discuţie.

În cazul în care portofoliul investitorului este format din acţiuni ale n companii,

$$VaR = -\alpha_{ni}\sigma_M x_A - \alpha_{ni}\sigma_M x_B - ... - \alpha_{ni}\sigma_M x_N = -\alpha_{ni}\sigma_M (\beta_A x_A + \beta_B x_B + ... + \beta_N x_N) \tag{9}$$

După cum s-a prezentat anterior, **principalul element** care impactează riscul de piaţă **este lichiditatea instrumentelor tranzacţionate şi ale pieţei de capital** per ansamblu. Impactul lichidităţii asupra riscului de piaţă se observă prin prisma costului de lichiditate (diferenţa dintre preţul cerut şi cel oferit pentru un instrument) şi a riscului de lichiditate (risc ca instrumentul în discuţie să nu fie uşor vandabil). Pentru a include în calculul VaR şi impactul costului lichidităţii, Kevin Dowd în lucrarea despre măsurarea riscului de piaţă, a analizat în primul rând impactul costului asupra profitului sau pierderii investitorului în urma deţinerii portofoliului în cauză. Costul tranzacţiei va creşte odată cu volumul tranzacţionat pentru instrumentul în discuţie şi cu diferenţa dintre preţul cerut şi cel oferit.

Un alt impact, de data aceasta invers proporţional, îl va avea perioada de timp în care se doreşte vânzarea instrumentului: cu cât perioada de pregătire şi de vânzare este mai mare, cu atât costul este mai scăzut deoarece investitorul va aştepta momentul propice pentru a acţiona. Costul tranzacţiei (*CT*) va fi definit ca fiind:

$$CT = [1 + MI / MP]^{\lambda_1} (VL \times spread / 2) \exp(-\lambda_2 pt) , \qquad (10)$$

MI - mărimea pachetului de instrumente;

MP - mărimea pieţei;

VL - valoarea lichidată la încheierea perioadei de tranzacţionare (PT);

$spread$ - diferenţa dintre preţul cerut şi cel oferit;

λ_1 şi λ_2 - parametrii mai mari ca zero;

λ_1 - elasticitatea costului tranzacţiei în relaţie cu poziţia investitorului raportată la totalul poziţiilor de pe piaţă;

λ_2 - rata de creştere a costului de tranzacţionare odată cu creşterea perioadei de deţinere a instrumentului.

Primul termen al ecuaţiei prezintă impactul pe care poziţia deţinută de investitor îl are asupra costului tranzacţiei. Cu cât investitorul deţine mai puţin din volumul total al instrumentului pe piaţă, termenul va fi mai aproape de 1; în rest, valoarea termenului va fi mai mare de 1. Al doilea termen reprezintă efectul pe care diferenţa dintre preţul cerut şi cel oferit îl are asupra costului total al tranzacţiei, referitor la volumul total vândut pe perioada de analiză. Ultimul termen face legătura indirectă între perioada de pregătire până la vânzarea instrumentului şi costul tranzacţiei.

Se poate determina riscul de piaţă pe orice perioadă de deţinere a portofoliului, luând în calcul şi costul tranzacţiei.

$$\begin{aligned} CT &= [1 + MI / MP]^{\lambda_1} (VL \times \Delta / 2) \exp(-\lambda_2 pt) \\ CT &= [1 + MI / MP]^{\lambda_1} [(MI - LVaR) \times \Delta / 2] \exp(-\lambda_2 pt) \end{aligned}, \qquad (11)$$

$LVaR$ este determinat ca fiind VaR calculat fără a ţine cont de costul de lichiditate, la care s-ar adăuga costul tranzacţiei

$$LVaR = VaR + CT \tag{12}$$

Considerând k costul pozitiv al tranzacţiei, fără a ţine cont de *VL*, respectiv:

$$k = [1 + MI / MP]^{\lambda_1} (\Delta / 2) \exp(-\lambda_2 p), \tag{13}$$

Se exprimă $LVaR$ ca fiind: $LVaR = \dfrac{VaR + kMI}{1+k}$ (14)

Se poate transcrie $\dfrac{LVaR}{VaR} = \dfrac{1 + \dfrac{kMI}{VaR}}{1+k}$ (15)

Impactul tranzacţiei asupra VaR depinde în cea mai mare măsură de k şi de raportul *MI/VaR*, care va fi întotdeauna mai mare ca 1.

Un alt model de determinare a riscului de piaţă ţinând cont de costul de lichiditate a fost dezvoltat de Bangia ş.a. în anul 1991. Modelul presupune că poziţia deţinută pentru analiză este foarte mică comparativ cu volumul întregii pieţe. În acest caz, tranzacţionarea pachetului deţinut nu va influenţa în nici un fel lichiditatea generală a pieţei de capital, fiind independentă faţă de acţiunile întreprinse. În acest caz, Bangia ş.a. au considerat că riscul de lichiditate ţine cont doar de diferenţa dintre preţul cerut şi cel oferit (spread) şi de volatilitatea acesteia. Dacă se foloseşte un nivel de încredere de 95%, considerând că diferenţa dintre preţul cerut şi cel oferit pentru portofoliul de acţiuni deţinut este de medie μ şi volatilitate σ, iar setul de date este normal distribuit, se poate determina că preţul de închidere al acţiunilor nu va depăşi $((\mu + 1.645\sigma)/2)$ din totalul portofoliului deţinut şi vândut. În acest caz, $LVaR$ poate fi calculat utilizând formula următoare, cu valori adecvate pentru medie şi pentru volatilitate.

$$LVaR = [1 + (\mu + 1.645\sigma)/2]VaR \tag{16}$$

Folosind alte interval de încredere se obţin şi alte valori ale impactului lichidităţii asupra preţului tranzacţiei.

În momentul în care se doreşte lichidarea unei poziţii din portofoliu, investitorul suportă un cost al tranzacţionării care va avea un efect direct asupra profitului rezultat din operaţiune. În cazul în care se consideră în analiză şi impactul acestui cost, valoarea VaR va suferi câteva modificări. Costul tranzacţionării va fi cu atât mai mare cu cât volumul activelor deţinute spre a fi vândute creşte. Se întâmplă în principiu ca urmare a efectului pe care un volum mare de active scoase la vânzare îl are asupra potenţialilor cumpărători şi asupra lichidităţii activului respectiv – în acest caz apare reacţia adversă a potenţialilor investitori care nu au suficiente informaţii şi ca urmare sunt nesiguri în legătură cu modalitatea în care ar trebui să perceapă vânzarea unui număr mare de acţiuni, de exemplu. În schimb, dacă investitorul este dornic să pregătească vânzarea o perioadă de timp îndelungată, aşteptând momentul potrivit pentru tranzacţionare, costul tranzacţiei se poate reduce considerabil. Costul tranzacţiei *CT*, poate fi definit ca :

$$CT = [1 + MT / MP]^{\lambda_1} (PL \times \Delta / 2) \exp(-\lambda_2 \times PD) \ , \qquad (17)$$

MT - mărimea tranzacţiei;

MP - mărimea pieţei activului respectiv;

PL - mărimea poziţiei lichidate la sfârşitul perioadei de analiză, care este de fapt perioada de deţinere a activului, PD

Δ - diferenţa dintre preţul cerut şi cel oferit;

λ_1 - calculat ca fiind elasticitatea costului tranzacţiei;

λ_2 - un indicator al modificării costului de tranzacţionare cu cât perioada de deţinere a activului creşte.

Ecuaţia prezentată în termeni de LVaR ajunge să fie exprimată după cum urmează:

$$\begin{aligned} &CT = [1+MT/MP]^{\lambda_1}((MT - LVaR)\times spread/2)\exp(-\lambda_2 \times PD) \text{, unde} \\ &LVaR = VaR + CT \end{aligned} \qquad (18)$$

LVaR poate fi definit ca

$$\begin{aligned} &LVaR = \frac{VaR + kMT}{1+k} \text{, unde} \\ &k = [1+MT/MP]^{\lambda_1}(spread/2)\exp(-\lambda_2 \times PD) \end{aligned} \qquad (19)$$

În cazul în care costul tranzacţiei este relativ scăzut, k va fi aproximativ zero, ceea ce înseamnă că acest cost al tranzacţiei nu va impacta într-un mod semnificativ valoarea lui VaR. Dacă, în schimb, k va avea o valoare ridicată, VaR poate fi afectat cu până la 50% din valoare lui stabilită fără a lua în calcul costurile de tranzacţionare.

În cazul în care interesează analiza modului în care reacţionează piaţa în cazul tranzacţiilor cu derivative, poate fi utilizată metoda lui Krakovsky din lucrarea sa din 1999. Prin metoda respectivă se determină impactul asupra lichidităţii titlului pentru care se tranzacţionează derivative în discuţie. Primul pas în utilizarea modelului este construirea unei variabile a lichidităţii, L, ca fiind inversă derivatei parţiale a preţului titlului pe baza căruia se tranzacţionează derivative, S, în raport cu cantitatea tranzacţionată, N. Astfel, $L = 1/(\partial S / \partial N)$. În acelaşi timp s-a considerat că derivata preţului acţiunii se determină după formula:

$$\partial S = \mu dt + \sigma dx + 1/LdN \qquad (20)$$

Dacă lichiditatea este foarte mare, ultimul termen tinde spre zero, neavând nici un impact asupra ecuaţiei. Dacă se doreşte în determinarea opţiunilor call sau put normale, folosind formula Black-Scholes, se ajunge la următoarea ecuaţie:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + rS\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\sigma^2}{2\left[1 + \frac{1}{L}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right]^2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} - rV = 0, \text{ unde} \qquad (21)$$

V - valoarea opţiunii;
r - rata de dobândă fără risc.

Diferenţa dintre formula Black-Scholes şi cea anterioară este dată de existenţa termenului care include lichiditatea. După calcularea valorii opţiunii luând în calcul lichiditatea acesteia, pentru determinarea VaR, Krakovsky a utilizat metoda Monte Carlo.

Bibliografie

- Anghelache, G. (2009), *Piaţa de capital în context european* , Editura Economică, Bucureşti
- Anghelache C. (2011), *Statistică generală şi economică*, Editura Artifex, Bucureşti
- Berkowitz, J. (2001), *Testing density forecasts with applications to risk management*. Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 19
- Defusco, R. A., Mcleavey D.W., Pinto, J. E., Runkle, D. E (2004), *Quantitative Methods For Investment Analysis*, CFA Institute
- Dowd, K., (2002), *Measuring market risk,* John Wiley and Sons, Ltd.
- Reynolds, D. (2008), *Risk in capital markets and trading,* Extract from Chartis Research Report
- Voineagu, V. Ţiţan, E. ş.a. (2007), Teorie şi practică econometrică, Ed. Meteor Press, Bucureşti