
Funcția de producție utilizată în studiile și analizele microeconomice

Lector univ. dr. Ștefan Virgil IACOB (*stefaniacob79@yahoo.com*)

Universitatea „Artifex” din București

Daniel DUMITRU, PhD Student (*dumitru.teticdaniel@gmail.com*)

Academia de Studii Economice din București

Abstract

În cadrul economiei de piață un rol important îl au entitățile economice care desfășoară activitatea propriu-zisă. Legea de piață își are legea ei fundamentală, aceea de a se autoregla pe baza cererii și ofertei. Desigur, acesta este un fenomen normal care se întâmplă, dar care dacă nu este analizat și studiat cu anticipație produce efecte negative asupra evoluției economice.

Ne putem imagina că raportul dintre cerere și ofertă poate să fie reglat numai în măsura în care apar elementele evidente care să determine restructurarea programelor de producție. Așa de pildă o ofertă mai mare datorită necoordonării agenților economici conduce la stocuri, care de multe ori sunt nevandabile, în alte împrejurări sunt chiar perisabile astfel încât acestea aduc pagube entității economice. Desigur, reglarea se face în domeniul pieței dar în mod distorsionat pentru unele entități economice. De aceea, în studiile economice la nivel microeconomic trebuie să se pună accentul pe identificarea condițiilor care acționează pe piață, să se țină seama de perspectivele pe care le au entitățile economice din același domeniu, așa încât acestea să se coreleze.

La nivel macroeconomic apare și mai evident în multe împrejurări destabilizarea care poate fi determinată de un surplus de produse și servicii de piață, care depășesc cu mult cererea pieței. Desigur, aici putem discuta de o funcție bazată pe elasticitate, dar revenind discutăm despre o funcție de producție care trebuie adecvată condițiilor pe care le impune piața pentru fiecare agent economic. În realitate creșterea și rentabilitatea entităților economice țin seama de modul în care managementul ține seama de schimbările pe care le-a efectuat utilizând o funcție de producție, care să țină seama de situația din cadrul economiei, așa încât volumul de produse pe structură calitate, preț și toate celelalte să fie acceptate de piață.

În schimburile internaționale acest studiu trebuie făcut și mai riguros și din nou funcția de producție este utilizată alături pe funcția de regresie. Funcția de producție pleacă de la studiul celor trei factori de care trebuie

să dispună fiecare entitate economică, de modul în care se corelează cel mai eficient acești trei factori și din această perspectivă să se poată identifica tendințele de evoluție și accentul care trebuie pus pe unul sau altul dintre factorii de producție.

Desigur, am luat și un studiu concret pe baza căruia am construit o funcție de producție, am analizat și rezultate au fost interpretate. Acestea au fost utilizate ca un exemplu asupra modului în care se poate analiza o astfel de situație pe baza funcției de producție. Desigur, mă refer la entitățile economice mari, mă refer la firmele multinaționale, la firmele de anvergură dintr-o țară și din România, în cazul cărora această funcție de producție capătă o utilizare mult mai evidentă față de studiile micilor entități (IMM-urile), care acționează uneori în mod empiric și ca urmare de aceea au rezultatele care sunt neconcludente, aspect concretizat în ieșirea din piață a unui număr important de întreprinderi mici și mijlocii într-o perioadă de timp. În perioadele de criză această situație este și mai evidentă, făcând referire în acest sens chiar la criza actuală în care fără un studiu precis, fără o analiză pe baza unor modele statistico-econometrice a funcției de producție, pot să apară mari distorsiuni care conduc la destabilizarea în profil structural al societăților comerciale cu efect în destructurarea și destabilizarea macroeconomică..

Cuvinte cheie: metode, modele, variabile, regresie, funcție de producție, elasticitate

Clasificarea JEL: C10, D20.

Introducere

Orice activitate presupune transformarea intrărilor astfel încât să se obțină ieșirile dorite pentru atingerea scopului propus. În cazul unei activități economice desfășurată de o entitate economică, rolul managementului este atingerea scopului pentru care există aceasta, respectiv maximizarea profitului în condițiile utilizării eficiente a resurselor și atingerea obiectivelor strategice planificate.

În aceste condiții, decizia economico-financiară vizează intrările, respectiv factorii de producție, care au influență asupra ieșirii dorite, respectiv funcția de producție. Decizia presupune combinarea, respectiv substituția factorilor de producție și implică modificarea cantității de factori utilizați, modificarea proporției dintre factori sau înlocuirea unui factor cu altul.

Substituția factorilor de producție a constituit și constituie un domeniu de cercetare în știința economică, având în vedere tendința de dematerializare a producției prin dezvoltarea tehnologiei informației și comunicațiilor, TIC, și creșterea importanței serviciilor în societatea bazată pe cunoaștere.

Pentru studiul combinării și substituției factorilor de producție s-au dezvoltat metode și modele de studiu, cum sunt funcțiile de producție de tip

Cobb-Douglas și instrumente pentru măsurarea efectelor economice legate de randamentul factorilor de producție și de substituțiile posibile între aceștia: elasticitatea de scară, elasticitatea factorilor de producție, elasticitatea de substituție, rata progresului.

Literature review

În literatura de specialitate întâlnim un volum important de lucrări ale unor specialiști de seamă, care au abordat modelarea economică utilizând funcțiile de producție. Amintim o parte din lucrări cum ar fi cea a autorilor Anderson, P.W, Arrow, J.K., Pines, D. (1998) care au abordat aceste analize privind economia ca un sistem complex în evoluție. De asemenea, factorii de producție, cât și funcția de producție de tip Cobb-Douglas au fost pe larg tratate de Anghelache C., (2008) și Anghelache, C., Mitruț, C., Voineagu, V.(2013). Analiza corelațiilor la nivelul agregatelor economice au prezentat interes pentru Anghelache C., Anghel M.G., Căpușneanu S., Topor D.I. (2019). Indicatorii eficienței potențialului economic au fost studiați în lucrarea lor Anghel M.G., Anghelache C., Stoica R. (2019). Un studiu asupra evoluției pieței de capital și efectul pe care îl are asupra surselor alternative de finanțare pentru afaceri a fost făcut de Govori, F.(2014). În lucrarea sa Gikuang, J.C.(2012) a fost concentrat asupra analizei multicolinearității. Grassetti, F., Mammana, C., Michetti, E. (2018) au utilizat funcții de producție VES în analiza empirică a substituționalității dintre factorii de producție și creștere. Elasticitatea variabilă a funcțiilor de producție de substituție au fost abordate și de Lu, Y.(1967) în lucrarea sa. Nicolae, V., Caracotă, D., Constantin, D.L., Pârlog, C., Grădinaru, I., Slăvescu, V., Tobultoc, V.(2000) abordează analiza fenomenelor economice la nivel macroeconomic. Asemenea abordări, dar la nivel microeconomic sunt ale lui Peterson, L.W. (1980). Rothschild, M., Stiglitz, J. (1976) sunt preocupați și fac o analiză în ceea ce privește echilibrul piețelor de asigurări competitive. În aceeași ordine de idei, Stan, F.(2005) este preocupat de studiul indicatorilor de apreciere a eficienței și a productivității în special.

Metodologie, date, discuții, rezultate

• Utilizarea funcției în analizele unor societăți

Fie Y funcția de producție care depinde de doi factori, capital, K, și muncă, L:

$$Y = f(K, L) \tag{1}$$

$$e_{\frac{p}{K}} = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta K}{K}} \quad (2)$$

$$e_{\frac{p}{L}} = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta L}{L}} \quad (3)$$

Unde: $e_{\frac{p}{K}}$ = Elasticitatea producției datorată capitalului;

$e_{\frac{p}{L}}$ = Elasticitatea producției datorată forței de muncă.

Elasticitatea de scară măsoară creșterea procentuală a producției când factorii de producție cresc în aceleași proporții și este suma elasticității factorilor.

Elasticitatea producției, e_p , este definită ca fiind modificarea fracționară a ieșirii (funcția de producție Y) raportată la modificarea fracționară a unei intrări (factor de producție).

Elasticitatea substituției măsoară schimbarea procentuală în proporțiile factorilor datorată unei schimbări în rata marginală de substituție tehnică.

Relațiile de calcul sunt:

$$e_s = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta r}{r}} \quad (4)$$

$$R = \frac{X_A}{X_B} \quad (5)$$

$$\Delta R = R_i - R_{i-1} \quad (6)$$

$$W_{mA} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{X_{Ai} - X_{Ai-1}} = \frac{\Delta Y}{\Delta X_A} \quad (7)$$

$$W_{mB} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{X_{Bi} - X_{Bi-1}} = \frac{\Delta Y}{\Delta X_B} \quad (8)$$

$$r = \frac{W_{mB}}{W_{mA}} = \frac{\Delta X_A}{\Delta X_B} \quad (9)$$

$$\Delta r = r_i - r_{i-1} \quad (10)$$

Unde:

e_s = Elasticitatea substituției;

R = Raportul dintre factorul X_A și factorul X_B ;

ΔR = Diferența raportului R , la două momente de timp, i , respectiv $i-1$;

W_{mA} = Productivitatea marginală a factorului X_A ;

W_{mB} = Productivitatea marginală a factorului X_B ;

r = Raportul productivităților marginale;

Δr = Diferența raportului r la două momente de timp, i , respectiv $i-1$.

- Dacă $e_s = 0$, atunci factorii X_A și X_B sunt complementari și nu este posibilă substituirea lor;

- Dacă $e_s \rightarrow \infty$, atunci substituirea factorilor este perfectă;

- Dacă $e_s = 1$, atunci $\frac{r}{R} = \frac{\Delta r}{\Delta R}$

Pentru analiza elasticității substituției s-au folosit:

- Funcția de producție Y a fost cifra de afaceri, CA ;

- Factorul de producție X_A a fost totalul activelor imobilizate, K ;

- Factorul de producție X_B a fost numărul de personal, L ;

- Momentul de timp i pentru care s-au făcut calculele a fost sfârșitul

fiecărui trimestru.

Cu aceste date, utilizând formulele de la (4) la (1), s-au analizat cele entitățile economice.

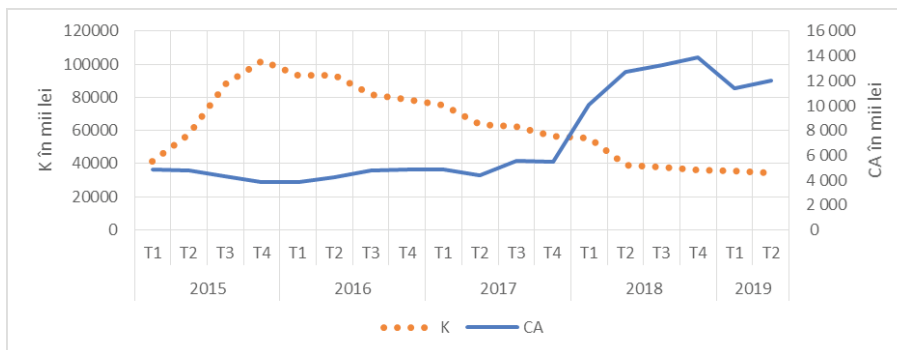
• ***Analiza elasticității substituției entității economice***

Analiza datelor au scos în evidență următoarele:

Activele imobilizate cresc semnificativ în fiecare trimestru din anul 2015, ca urmare a investițiilor în tehnică de calcul și licențe software în cadrul proiectului POSCCE, după care scad, ca urmare a deprecierei liniare a acestora. În urma procesului investițional realizat în perioada 2015-2016 care a permis abordarea de noi domenii de cercetare, cifra de afaceri prezintă o creștere semnificativă în anul 2018. Situația este prezentată în graficul 1:

Dinamica cifrei de afaceri CA și a activelor imobilizate K

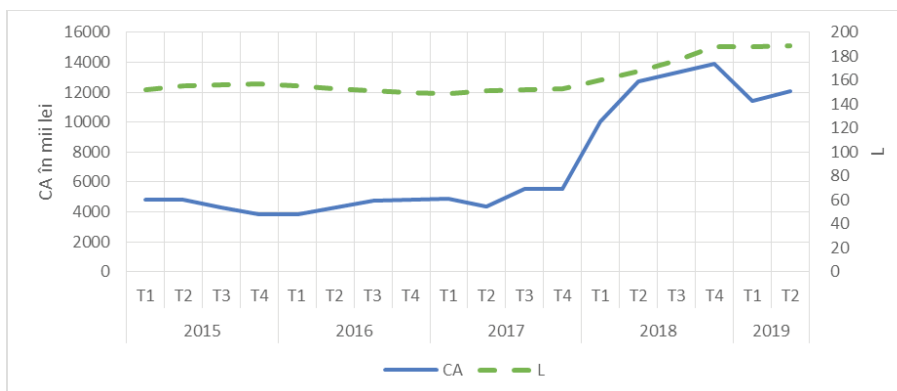
Grafic 1



Investițiile realizate au permis crearea de noi locuri de muncă și angajarea de personal nou în cercetare. Pregătirea personalului în cadrul proiectului POSCCE a permis acestuia să abordeze noi domenii de cercetare, ceea ce justifică creșterea cifrei de afaceri din anul 2018, așa cum rezultă din graficul 2:

Dinamica personalului L și a cifrei de afaceri CA

Grafic 2



Valoarea modulului elasticității substituției este mai mică de 0.55, cu o medie de 0.16, ceea ce conduce la concluzia că cei doi factori, K și L, sunt complementari și nu se pot substitui unul pe altul. Concluzia este corectă, deoarece, în activitatea de cercetare-dezvoltare foarte important este omul, ca în orice industrie creativă, personalul de cercetare, L, este cel care

generează inovația prin creativitate. Capitalul contribuie prin nivelul tehnic al imobilizărilor și sursele de finanțare la realizarea indicatorilor fizici: brevete, produse noi și modernizate, articole etc.

Activele imobilizate au avut o productivitate cuprinsă între 3,8% și 38,6%, cu o medie de 15,2%, cu mari posibilități de creștere, iar productivitatea muncii a fost în medie de 43.173 lei pe trimestru/om.

Pe baza studiilor de caz, rezultă că, există diferențe semnificative atât între valorile indicatorilor CA, K și L, cât și între productivitatea capitalului și productivitatea muncii care țin de obiectul de activitate, produsele realizate și serviciile prestate. Valorile elasticității de substituție calculată cu formula (4) scoate în evidență complementaritatea factorilor de producție K și L.

Funcția de producție exprimă relația dintre nivelul ieșirii și intrările necesare pentru realizarea acestui nivel al ieșirii.

Pentru modelarea mai fidelă a realității economice s-au dezvoltat diverse tipuri de funcții de producție, una dintre acestea fiind funcția de producție cu elasticitate variabilă a substituției (Variable Elasticity Substitution - VES), cunoscută ca funcție VES, propusă de Revankar care are următoarea formă:

$$Y = A * K^{\alpha\gamma} * (L + \alpha\beta K)^{\gamma(1-\alpha)} \quad (11)$$

Unde:

K	capitalul;
L	forța de muncă;
$A > 0$	constantă, expresie a eficienței integrale a factorilor de producție;
$0 < \alpha < 1$	constantă, reprezintă contribuția capitalului;
$\beta \geq -1 \beta \neq 0$	constantă, reprezintă variația elasticității substituției.
$\gamma \neq 0$	constantă

Dacă $\beta = 0$ se obține funcția de producție Cobb-Douglas:

$$Y = A * K^{\alpha\gamma} * L^{\gamma(1-\alpha)} = A * K^a * L^b \quad (12)$$

Funcția de producție Cobb-Douglas reprezintă o dependență alometrică a ieșirii Y de intrările K, L și este una dintre cele mai populare funcții de producție. Prin logaritmare această funcție devine liniară de două variabile:

$$y = \ln Y = \ln A + \alpha\gamma x_1 + \gamma(1-\alpha)x_2 = \ln A + ax_1 + bx_2 \quad (13)$$

$$x_1 = \ln K \quad (14)$$

$$x_2 = \ln L \quad (15)$$

Din analiza funcției de producție Cobb-Douglas se poate determina elasticitatea de scară, prin relația:

$$e = e_K + e_L = a + b \quad (16)$$

În funcție de valoarea elasticității de scară pot exista trei situații:

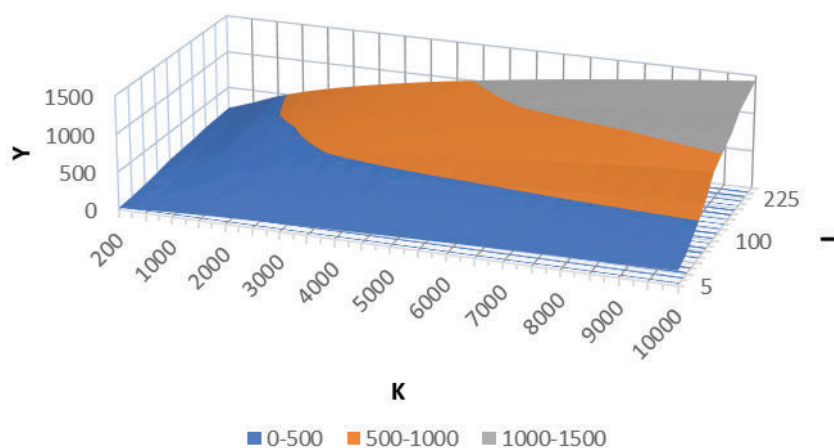
- $a+b < 1$ Randament de scară descrescător când ieșirea crește într-o proporție mai mică decât creșterea intrărilor.
- $a+b = 1$ Randament de scară constant, ieșirea crește în aceeași proporție cu creșterea celor două intrări.
- $a+b > 1$ Randament de scară crescător, creșterea ieșirii este mai mare decât creșterea intrărilor.

Funcția Cobb-Douglas utilizată pentru analiza economică a României are forma:

$$Y = 0,94 * K^{0,49} * L^{0,51} \quad (17)$$

Graficul 3 a funcției Cobb-Douglas descrisă de ecuația (17) pune în evidență izocantele, pe zone din 500 în 500.

Funcția Cobb-Douglas utilizată pentru analiza economică a României
Grafic 3



Sursa: Date prelucrate de autori

Dacă $\gamma = 1$ funcția VES, descrisă de ecuația (11), are elasticitatea substituției constantă. Funcția de producție cu elasticitatea substituției

constantă este cunoscută în literatura de specialitate ca funcția CES (Constant Elasticity of Substitution), a fost introdusă de Arrow, Chényery, Minhas și Solow (cunoscuți ca SMAC) și este de forma:

$$Y = A * (\alpha K^{-\rho} + (1 - \alpha)L^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}} \quad (18)$$

Unde:

K capitalul;

L forța de muncă;

A constantă, expresie a eficienței integrale a factorilor de producție;

α constantă, reprezintă contribuția capitalului;

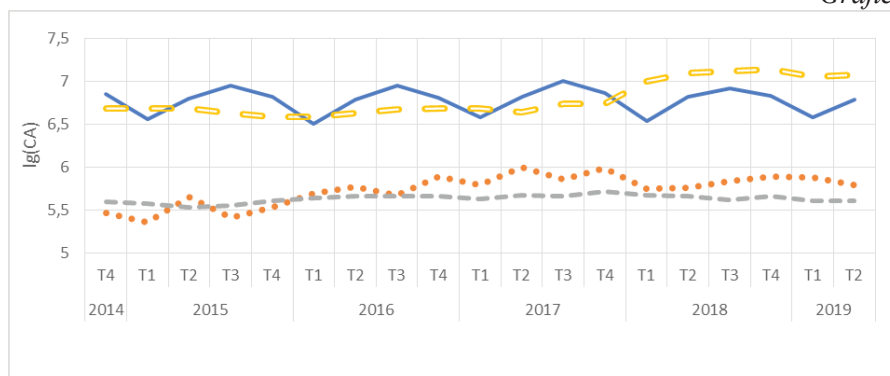
ρ parametru de substituție care permite calcularea elasticității de substituție.

Aceste funcții de producție sunt folosite la nivel macroeconomic cum este economia mondială, națională sau ramuri ale economiei naționale cu o contribuție semnificativă la realizarea Produsului Intern Brut.

Entități economice utilizate de autori în studiul acesta pentru funcția de producție Cobb-Douglas sunt foarte diferite, atât ca obiect de activitate, cât și ca cifră de afaceri, active imobilizate și număr de personal. Pentru a putea fi reprezentați indicatorii specifici în același grafic pentru toate entități economice, s-a calculat logaritmul zecimal pentru cifra de afaceri reprezentată în graficul 4, productivitatea muncii reprezentată în graficul 5, activele imobilizate reprezentate în graficul 6 și numărul de personal reprezentat în graficul 7.

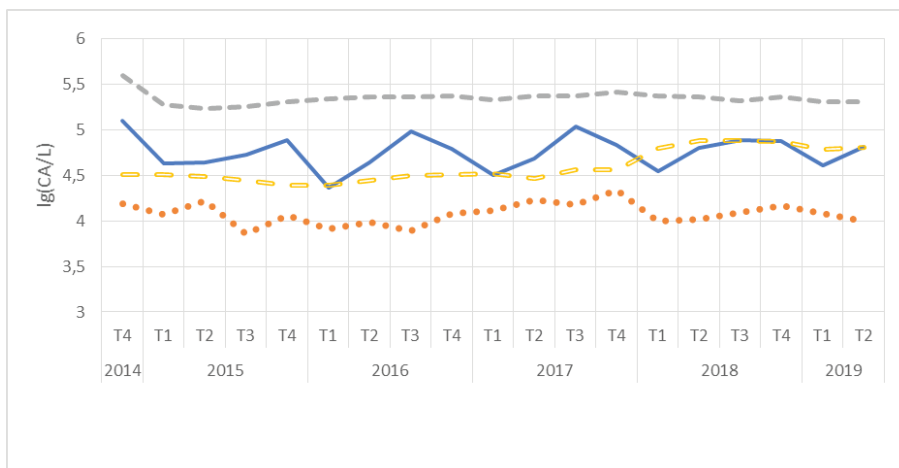
Logaritmul în baza 10 a Cifrei de afaceri

Grafic 4



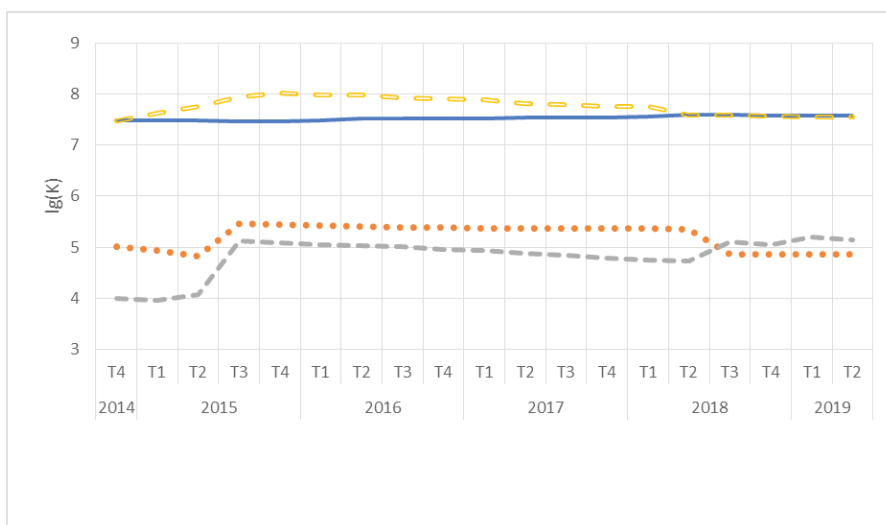
Logaritmul în baza 10 a Productivității muncii

Grafic 5



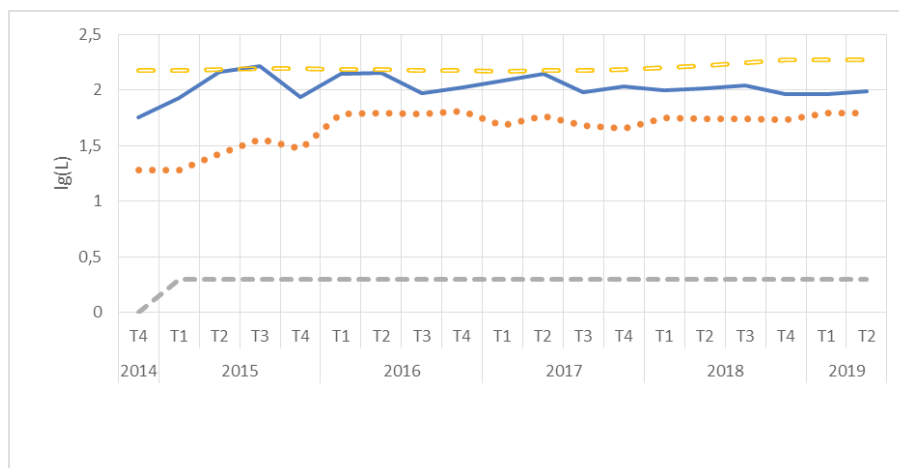
Logaritmul în baza 10 a Activelor imobilizate

Grafic 6



Logaritmul în baza 10 a Numărului de personal

Grafic 7



Entitățile economice analizate se încadrează în categoria IMM-urilor, având între 2 și 200 salariați. Pentru studiile de caz s-a folosit funcția Cobb-Douglas definită de ecuația (12) care prin logaritmare a fost liniarizată conform ecuației (15). Pentru determinarea parametrilor s-a folosit modulul de regresie din Excel. S-au folosit trei modele pentru funcția de producție Cobb-Douglas, în primul model funcția de producție a fost cifra de afaceri CA, în al doilea model funcția de producție a fost productivitatea muncii, iar în al treilea model funcția de producție a fost productivitatea muncii și în locul activelor imobilizate s-au folosit activele imobilizate per capital. Dintre cele trei funcții de regresie calculate pentru fiecare etapă a fost ales modelul valid pentru care coeficientul de determinare R^2 a fost maxim și abaterea reziduală a fost minimă.

• *Funcția de producție utilizată în analiza entității economice*

Pornind de la datele primare s-au logaritmat cifra de afaceri, CA, activele imobilizate, K, numărul de personal, L, cifra de afaceri per capital egală cu productivitatea muncii, W_L , respectiv activele imobilizate per capital, W_K . S-au folosit trei modele pentru funcția de producție Cobb-Douglas, în primul model funcția de producție a fost cifra de afaceri CA, în al doilea model funcția de producție a fost productivitatea muncii, iar în al treilea model funcția de producție a fost productivitatea muncii și în locul activelor imobilizate s-au folosit activele imobilizate per capital. Indicatorii statistici și parametrii regresiei determinați cu modulul de regresie din Excel, sunt prezentați în tabelul 1:

: Indicatorii statistici pentru cele trei funcții de producție

Tabel 1

Indicator	$CA=A*K^a*L^b$	$W_L=A*K^a*L^b$	$W_L=A*W_K^a*L^b$
R	0,903887	0,864888	0,864888
R ²	0,817011	0,748031	0,748031
Rc ²	0,794138	0,716535	0,716535
s _r	0,215077	0,215074	0,215074
n	19	19	19
k	2	2	2
SPE	3,304540	2,197194	2,197194
SPR	0,740129	0,740109	0,740109
SPT	4,044668	2,937303	2,937303
Fc	35,718551	23,749950	23,749950
ln(A)	2,748148	2,748366	2,748366
A	15,61	15,62	15,62
a	-0,372572	-0,372573	-0,372573
b	3,852528	2,852489	2,479916
Model valid	DA, Fc>3,633723	DA, Fc>3,633723	DA, Fc>3,633723

Dintre cele trei modele valide, s-a ales modelul pentru care coeficientul de determinare R este mai mare, respectiv modelul în care funcția de producție este cifra de afaceri, descris de ecuația (19):

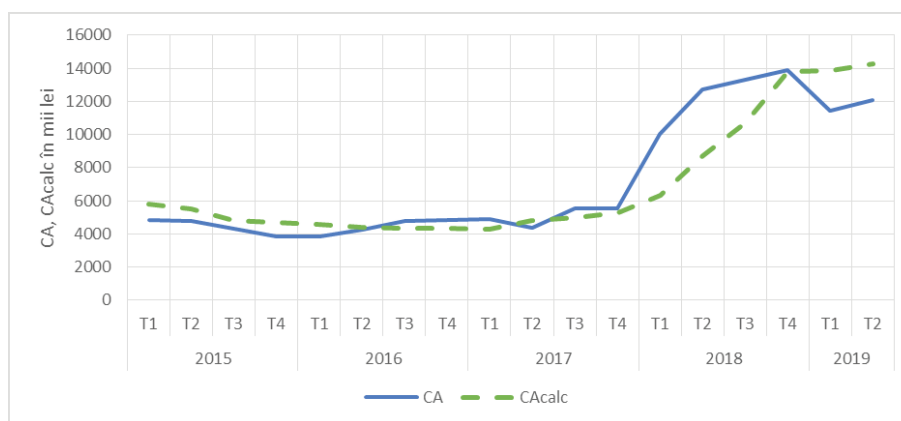
$$CA = 15,61 * K^{-0,372572} * L^{3,852528} \quad (19)$$

Elasticitatea de scară este pozitivă și supraunitară, creșterea factorului de producție L produce o creștere mai mare a cifrei de afaceri.

Graficul 8 prezintă funcția de producție Cobb-Douglas descrisă de ecuația (19).

Funcția Cobb-Douglas pentru cifra de afaceri

Grafic 8



Funcția de producție definită de ecuația (19) urmărește alura cifrei de afaceri și netezește salturile. Funcția de producție poate fi folosită pentru prognoza pe termen scurt a cifrei de afaceri la elaborarea bugetului de venituri și cheltuieli.

Concluzii

Din articolul *Funcția de producție utilizată în studiile și analizele microeconomice* se desprind o serie de concluzii cu caracter atât teoretic, cât și practic. Astfel, o concluzie care se desprinde din acest studiu este aceea că utilizarea funcției de producție în cazul analizei entităților economice are un rol important, în sensul că așa cum Cobb-Douglas a consemnat, între cei trei factori de producție, dar în primul rând între forța de muncă și capital trebuie să existe o strânsă corelație. Această corelație va avea efect pozitiv asupra utilizării eficiente a capitalului și a perfecționării tehnologice a acestuia, dar și a calității forței de muncă ce va fi chemată să utilizeze aceste cuceriri ale științei și tehnologiei, bazate pe cercetarea și inovarea în cadrul activităților concrete.

O altă concluzie care se desprinde este aceea că omul este foarte important în activitatea de cercetare-dezvoltare și că în orice industrie creativă, personalul de cercetare este cel care generează inovația prin creativitate.

În altă ordine de idei, funcția de producție Cobb-Douglas utilizată în acest studiu este una dintre cele mai populare funcții de producție, iar prin logaritmare această funcție devine liniară de două variabile și se poate determina elasticitatea de scară. De asemenea, în urma utilizării funcției de producție în analiza entității economice s-a constatat că elasticitatea de scară este pozitivă și supraunitară, iar creșterea factorului de producție va produce o creștere mai mare a cifrei de afaceri. În aceeași ordine de idei, funcția de producție poate fi utilizată pentru prognoza pe termen scurt a cifrei de afaceri la elaborarea bugetului de venituri și cheltuieli.

Nu în ultimul rând putem concluziona prin faptul că perioadele de criză, așa cum va fi cazul și în prezent în perspectiva crizei economico-financiare, vor trebui efectuate foarte multe astfel de studii pentru a putea acoperi alunecările și distorsionarea corelațiilor și proporțiilor macroeconomice, în scopul reasigurării revenirii la macrostabilitate care se dea eficiență activității economice în ansamblul ei.

Bibliografie

1. Anderson, P.W, Arrow, J.K., Pines, D. (1998). *The Economy as an Evolving Complex System*, Addison Wesley, New York.
2. Anghelache C., (2008). *Tratat de statistică teoretică și economică*, Editura Economică, București.

-
3. Anghelache, C., Mitruț, C., Voineagu, V.(2013). Statistică macroeconomică, Editura Economică, București.
 4. Anghelache C., Anghel M.G., Căpușneanu S., Topor D.I. (2019). Econometric model used for GDP correlation analysis and economic aggregates, Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research, Issue 1/2019; Vol. 53, pp. 183-197
 5. Anghel M.G., Anghelache C., Stoica R. (2019). The concept and indicators of the economic potential efficiency, Supplement, no. 3, pp. 58-69
 6. Govori, F.(2014). The development of capital market and its impact on providing alternative sources of business financing: Empirical analysis, University Library of Munich, Germany in its series MPRA Paper with number 58189.
 7. Gikuang, J.C.(2012) - A simple way to deal with multicollinearity, Journal of Applied Statistics.
 8. Grasseti, F., Mammana, C., Michetti, E. (2018). Substitutability between production factors and growth. An analysis using VES production functions, Chaos, Solitons and Fractals, Elsevier Ltd., Issue 113, pp.53-62, Italy
 9. Lu, Y.(1967). Variable elasticity of substitution production functions, technical change and factor shares, Iowa State University, Retrospective Theses and Dissertations 3406
 10. Nicolae, V., Caracotă, D., Constantin, D.L., Pârlog, C., Grădinaru, I., Slăvescu, V., Tobultoc, V.(2000). Previziune macroeconomică, ASE București, București
 11. Peterson, L.W. (1980). Principles of economics micro, Publisher Irwin Homewood, Illinois 60430
 12. Rothschild, M., Stiglitz, J. (1976). Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information, Quarterly Journal of Economics, Vol. 90, pp. 629-649.
 13. Stan, F.(2005). Productivitatea - indicator de apreciere a eficienței, 11 aprilie, Economistul, Supliment Economie teoretică și aplicată nr.1848.