
Modelul Tramo - Seats utilizat în analiza seriilor dinamice

Prof. univ. dr. Constantin ANGHELACHE (*actincon@yahoo.com*)

Academia de Studii Economice din București / Universitatea „Artifex” din București

Prof. univ. dr. Gabriela Victoria ANGHELACHE (*gabriela.anghelache@gmail.com*)

Academia de Studii Economice din București

Oana BÂRSAN (*actincon@yahoo.com*)

Academia de Studii Economice din București

Abstract

Seriile de timp sunt foarte importante în analiza și compararea indicatorilor macro-economici pe plan internațional. Metodologia de prelucrare și analiză este, de regulă, diferită de la o țară la alta. Pentru aceasta se pune problema unificării conținutului metodologic de culegere și sintetizare a seriilor de timp. În acest sens, Eurostat este preocupat de armonizarea metodologiei de utilizare a seriilor dinamice. Seriile dinamice asigură și analiza evoluțiilor creșterii economice (Produsul Intern Brut) prin descompunerea pe factori de influență. Problema privind descompunerea seriilor cronologice a fost sintetizată de Eurostat în metodologia Tramo-Seats (Time Series Regression with ARIMA Noise, Missing Observations, and Outliers – Signal Extraction in ARIMA Time Series). Elementele teoretice care stau la baza acestei metodologii asigură interpretarea corectă a fluxurilor comerciale, mai ales la nivel de grupe de produse. Metodologia Tramo-Seats cuprinde mai multe etape după cum urmează: construirea modelului ARIMA; identificarea valorilor extreme; liniarizarea și apoi prelucrarea prin metoda Seats pentru descompunerea efectivă; utilizarea metodei Seats ca funcție de densitate a modelului estimat; estimarea parametrilor pentru componentele considerate și în final, introducerea valorilor extreme și a efectelor speciale în componentele estimate. Aspectele particulare privind conținutul acestei metodologii sunt prezentate în cadrul articolului identificându-se și relațiile matematice specifice fiecărei etape și a metodologiei Tramo-Seats în final.

Cuvinte cheie: *Modelul ARIMA, metoda Tramo, metoda Seats, metodologie, serie dinamică, influență factorială.*

Clasificarea JEL: *C10, C32, C46*

Introducere

In prezent, seriile de timp desezonalizate reprezintă sursa principală de informații pentru analiști economici, politicieni și diferite categorii de

factori de decizie care actioneaza in diverse domenii. Datorita dezvoltarilor recente a tehnicii de calcul si a teoriei modelarii au aparut mai multe metode practice de prelucrare si descompunere a seriilor de timp.

Institutele de statistica organizate la nivel interguvernamental si national sunt cele in atributia carora le revine sarcina atat a inregistrarii cat si a stocarii datelor obtinute in urma observarii precum si prelucrarea acestora pentru a fi puse intr-o forma avantajoasa utilizatorului final. Prin urmare, metodele de descompunere a seriilor cronologice au reprezentat un real interes pentru institutele de statistica care au preluat, sistematizat si dezvoltat aceste metode, asigurand astfel un cadru institutionalizat si coerent pentru cercetarile viitoare din acest domeniu.

Institutul de statistica al Uniunii Europene, Eurostat, colecteaza date de la institutele nationale de statistica ale tarilor membre, ale tarilor candidate si ale altor tari sau zone economice, considerate parteneri comerciale semnificative. Aceste date sunt inregistrate lunar sau trimestrial. Datele anuale se obtin, in general, prin agregarea datelor lunare sau trimestriale.

Datorita faptului ca metodologia de prelucrare si analiza a institutelor nationale de statistica din tarile membre si indeosebi din tarile candidate nu sunt pe deplin armonizate printre atributiile Eurostat se numara si recomandarea unor metode de prelucrare si analiza in speranta de a fi utilizate de cat mai multe tari din acest spatiu.

Literature review

Anghelache și Anghel (2018) au prezentat și au analizat aspectele fundamentale cu care operează econometria. Anghelache (2008) este o lucrare de referință în domeniul statisticii economice, cuprinzând elemente ale prelucrării seriilor dinamice. Arcidiacono și Miller (2011) au abordat o serie de aspect cu privire la evaluarea modelelor dinamice. Bosq (2012) a analizat estimarea și predicția proceselor stochastice. Corbore, Durlauf and Hansen (2006) au studiat elemente teoretice și practice ale econometriei. Elliott, Müller și Watson (2015) au avut preocupări în sfera ipotezei nule. Gach și Pötscher (2011) au evaluat densitatea neparametrică. Lohr (2007) a studiat elemente ale regresiei. Pesavento și Rossi (2006) au studiat aspect legate de intervalul de încredere în activitatea de eșantionare.

Metodologia cercetării, date, rezultate și discuții

In ceea ce priveste metodologia de descompunere a seriilor cronologice, dupa o indelungata activitate de cercetare stiintifica comparativa, metoda preferata, in mod oficial de Eurostat, care de altfel s-a si impus in spatiul european, este metodologia TRAMO-SEATS (Time Series Regression

with ARIMA Noise, Missing Observations, and Outliers - Signal Extraction in ARIMA Time Series).

Vom efectua o prezentare succinta a principalelor elemente teoretice care stau la baza acestei metode, in mare parte provenite din teoria proceselor stocastice si bineinteles utilizarea metodei pentru analiza fluxurilor comerciale in special la nivel de grupe de produse.

Sintetic, metodologia TRAMO-SEATS poate fi descrisa prin identificare urmatoarelor etape pe care le presupune:

- un model ARIMA este identificat pentru seria de date observate in cadrul metodei TRAMO;
- sunt identificate automat valorile extreme si sunt estimate si alte efecte speciale (numarul de zile lucratoare, variabile diferitelor sarbatori legale etc.) tot in cadrul metodei TRAMO;
- seria de date liniarizata prin TRAMO este apoi prelucrata prin metoda SEATS unde are loc descompunerea efectiva;
- cu ajutorul metodei SEATS functia de densitate spectrala a modelului estimat este descompusa in functiile de densitate spectrala ale componentelor neobservate care sunt presupuse a fi ortogonale;
- tot prin intermediul metodei SEATS se face estimarea parametrilor pentru cele doua componente: componenta trend-ciclu si componenta ajustata sezonier; pentru ca parametrii sunt estimati prin filtrul Wiener-Kolmogorov seria de date este extrapolata la extremitatile sale;
- in final valorile extreme si efectele speciale sunt reintroduse in componentele estimate.

• Metode de descompunere a seriilor dinamice

Valorile discrete inregistrate in timp, obtinute ca rezultat al observatiilor facute asupra diferitelor fenomene, sunt inregistrate sub forma seriilor cronologice, denumite si serii de timp sau serii dinamice. O definitie foarte succinta a unei serii cronologice ar putea fi o colectie de valori inregistrate secvential in timp.

Cu mult timp in urma, statisticienii care si-au desfaurat activitatea in diferite domenii au fost preocupati de descompunerea seriilor cronologice si de analiza elementelor care le compun. In domeniul economic descompunerea clasica in componenta de trend, componenta ciclica, componenta sezoniera si componenta aleatoare a fost in principal justificata de necesitatea analizei si prognozei ciclurilor de afaceri. O practica importanta a devenit inlaturarea componentei sezoniere, sau altfel spus desezonalizare, cu scopul de a se obtine o imagine mai clara asupra evolutiei pe termen lung a fenomenului economic studiat.

Desi initiatorul metodelor moderne de descompunere este considerat Macaulay (1930) aceste metode isi gasesc originea cu mult timp in urma, secolul al XIX-lea, in domeniul astrologiei si al meteorologiei studiate in Anglia la acea vreme. Atunci s-a realizat faptul ca o serie cronologica observata poate fi generata de mai multe componente neobservate care se afla la baza seriei observate, idee care s-a mentinut in timp.

Primele studii s-au concentrat asupra corelatiei false care poate sa apara intre variabile economice datorita trendului si care prin urmare era inlaturat inainte de a studia corelatia efectiva. Poynting (1884) si Hooker (1901) au incercat sa inlature componenta sezoniera si cea de trend din evolutia preturilor calculand media preturilor pe mai multi ani. Spencer (1904) si Andersen (1914) au introdus utilizarea polinoamelor de ordin superior in eliminarea componentei de trend. Un al doilea val de lucrari s-a concentrat asupra incercarii de a previziona componentele unui ciclu economic prin inlaturarea componentei sezoniere si a celei de trend in idea ca partea ramasa a seriei ofera o mai buna estimare a modificarilor ciclice.

O foarte intensa activitate in acest domeniu a fost desfaurata in anii 1920 si 1930 datorita lucrarii lui Pearson (1919) care a considerat ca o serie de timp poate fi reprezentata ca sursa a componentelor sale in cazul aditiv sau ca produs al componentelor sale in cazul multiplicativ:

$$X_t = S_t \times T_t \times C_t \times R_t \quad (1)$$

$$X_t = S_t + T_t + C_t + R_t \quad (2)$$

unde:

X_t - seria cronologica observata

S_t - componenta sezoniera

T_t - componenta de trend

C_t - componenta ciclica

R_t - componenta aleatoare

Metoda lui Pearson presupunea simple transformari ale datelor pentru a inlatura trendul iar apoi se calculeaza estimari ale componentei sezoniere. Desi, dupa Yule (1921), care facea referire la o lucrare din 1905, Pearson nu este primul care introduce cele patru componente ale seriei de timp, el este cu siguranta primul care a gasit o metoda simpla pentru a le estima. Metoda lui Pearson utilizeaza factori sezoniere fiksi desi in literatura de specialitate de la acea vreme aparuse ideea ca sezonalitatea fixata nu este valida pentru orice domeniu de cercetare.

Sydensticker si Britten (1922) au fost primii care au introdus factorul sezonier variabil in metodele de descompunere iar Crum (1925) a fost cel care a modificat metoda lui Pearson pentru a o adapta la sezonalitatea variabila.

Metoda lui Macauley consta in trei etape esentiale:

- Se calculeaza (pentru date lunare) o medie mobila centrata de ordin 12 iar apoi se raporteaza valorile observate la valorile obtinute prin media mobila. Se calculeaza medii pentru fiecare luna din valorile astfel obtinute care reprezinta indicii de sezonalitate
- Se estimeaza trendul cu un polinom linear sau de grad superior
- Se raporteaza trendul la media mobila pentru a se obtine o estimare a componentei sezoniere.

Multi cercetatori au dezvoltat variante alternative care se bazeaza pe mediane mobile sau medii ajustate. Unele practice contemporane inca se mai bazeaza pe metode a caror baze au fost puse in acea perioada.

Cele mai importante realizari in domeniul descompunerii seriilor de timp apartin anilor 1950 datorita aparitiei metodelor de nivelare exponentiala si a introducerii utilizarii calculatorului in analiza statistica. Ca urmare a acestor doua noi directii si in special datorita vitezei calculatorului in 1954 a aparut metoda Census II elaborate de Biroul de statistica al SUA (U.S. Bureau of the Census) iar in anul 1955 a aparut cea de-a doua versiune, Census II. Julius Shiskin a adus o contributie majora la elaborarea acestor metode carora li s-au adus o serie de critici:

- nu se bazeaza pe o teorie din statistica matematica riguroasa, o trasatura comuna modelelor ad-hoc;
- aloca o parte din componenta aleatoare celorlalte componente;
- distorsioneaza componentele datorita mediei mobile;
- elimina doar variatiile sezoniere foarte pronuntate;
- repetarea mediei mobile nu se justifica de cele mai multe ori.

Aceste critici au contribuit la aparitia variantelor X-3 si X-10. Evolutia ulterioara a condus la aparitia, in 1965, a versiunii X-11 care si-a gasit o foarte larga aplicabilitate. La aceasta metode si-au adus contributia Eisenpress (1956), Marris (1960) si Young (1965) si altii. X-11 contine metode, bazate pe regresie, de ajustare pentru zilele lucratoare si permite alegerea variantei de sezonalitate, aditiva sau multiplicativa.

Ca urmare a aparitiei metodologiei ARIMA elaborate de Box si Jenkins in anii 1970 a aparut o noua versiune, X-11-ARIMA, elaborata de Dagurn. (1980), Institutul de Statistics al Canadei. Fata de X-11, noua versiune, X-11-ARIMA permite realizarea unor previziuni si estimari la finalul respectiv la inceputul seriei de timp cu scopul de a obtine o mai buna reprezentare la extremitatile seriei (backcasting/forecasting). Ultima versiune X-12-ARIMA aduce modificari importante. Utilizeaza un model de regresie de tip ARIMA (REGARIMA) de preajustare a datelor pentru valorile extreme si alti factori de influenta speciali si introduce utilizarea spectrului pentru specificarea

componentelor neobservate. Toata aceasta familie de metode (X-11, X-11-ARIMA, X-12-ARIMA) au la baza aceiasi metoda de filtrare utilizata in X-11 si au dominat timp de 40 teoria si practica statistica.

Toate metodele de descompunere prezentate pana in acest punct intra in categoria modelelor „ad-hoc” care nu tin cont de structura seriei dinamice, nu au la baza teoreme matematice sau statistice riguroase, nu se bazeaza pe modele explicite si deci sunt considerate metode empirice.

Mai recent a aparut o noua directie de evolutie a metodelor de descompunere care a dat treptat nastere la o alternativa serioasa pentru modelele „ad-hoc”. A aparut astfel o clasa de metode bazate pe modelarea initiala a seriei si a componentelor neobservate. Aceasta clasa este impartita la randul ei in doua subclase importante: abordarea structurala si abordarea globala.

Abordarea de tip structural este atribuita in special autorilor Engle (1978), Harvey si Todd (1983) si se bazeaza pe estimarea directa a unor modele ARIMA pentru fiecare din componentele neobservate.

Abordarea globala presupune gasirea unui model ARIMA pentru seria initiala iar apoi extragerea din acesta a unor modele pentru fiecare componenta. Metoda TRAMO-SEATS face parte din aceasta ultima subclasa si va fi extinsa in cele ce urmeaza. Metoda X-12-ARIMA este considerate metode care face trecerea de la metodele empirice la cele bazate pe modelarea stocastica a seriei si a componentelor sale.

• **Procesele stocastice si seriile de timp**

Seriile cronologice, inregistrate in urma observarii fenomenelor economice, pot fi considerate, din punct de vedere matematic, ca realizari sau traectorii ale unor procese stocastice.

Un proces stocastic poate fi descris ca o inregistrare statistica care evolueaza in timp in concordanta cu legile probabilistice. Expresia „stochastic” este de origine greaca si are sensul de „legat de sansa”. Prin urmare se poate utiliza expresia „proces intamplator” sau „proces aleator” ca sinonim pentru proces stocastic. Bineinteles ca aflandu-ne in sfera comertului exterior nu putem vorbi de procese aleatoare pure sau procese aleatoare prin insasi natura lor, dar putem privi un fenomen economic, de natura fluxurilor comerciale, ca fiind un proces aleator in masura in care nu observam si nu analizam factorii de influenta care determina evolutia respectivului fenomen. Chiar in conditiile in care am incerca o abordare determinista, cantitativa sau calitativa, ramane o componenta din evolutia respectivului proces care fie nu poate fi explicata (este mai greu explicabila) si care poate fi din nou abordata probabilistic.

Matematic, un proces stocastic poate fi definit ca o colectie de variabile aleatoare care sunt ordonate în timp și definite pe o mulțime de puncte, discretă sau continuă. Teoria proceselor stocastice se ocupă cu studiul familiilor de variabile aleatoare definite pe același câmp de probabilitate. Dacă considerăm $\{\Omega, K, P\}$ un câmp de probabilitate, iar E mulțimea variabilelor aleatoare (cu valori reale) definite pe Ω și T o mulțime oarecare atunci un proces stocastic cu mulțimea de parametri T este o aplicație de forma:

Formal, un proces stocastic depinde de două variabile: $t \in T$ și $\omega \in \Omega$

Pentru a indica un proces stocastic, se folosesc în general notațiile $\xi(t, \omega), \xi_t(\omega)$

sau notația mai simplă $\xi(t)$.

Prin urmare, un proces stocastic este format dintr-o familie de variabile aleatoare

$\{ \xi(t); t \in T \}$ pentru care se dau funcțiile de repartiție multidimensionale ale variabilelor. $\{ \xi(t_1), \xi(t_2), \dots, \xi(t_n) \}$

Pentru fiecare $t \in T$, $\xi(\cdot)$ reprezintă o variabilă aleatoare definită pe $\{\Omega, K, P\}$, iar pentru fiecare realizare $\omega \in \Omega$, reprezintă o funcție definită pe T , numită traiectoria procesului corespunzătoare realizării ω .

Când mulțimea T este formată dintr-un număr finit de elemente, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ procesul stocastic $\xi_t(\omega)$ este echivalent cu un vector aleator. Dacă T constă numai dintr-o mulțime numărabilă de elemente, termenul de proces poate fi înlocuit cu cel de lanț.

Variabilele aleatoare din E pot fi considerate ca stări ale unui fenomen economic iar mulțimea parametrilor T poate fi aleasă ca o reprezentare discretă a timpului (ani, trimestre, luni etc.). Considerând că mulțimea parametrilor T este o submulțime a dreptei reale reprezentând timpul, procesul stocastic $\{ \xi(t); t \in T \}$ da naștere unui alt concept, mult mai familiar statisticii economice, acela de serie cronologică (serie de timp sau serie dinamică). Pentru desemnarea unei serii de timp se utilizează în general notația $\{ X(t); t \in T \}$

O metodă deosebit de importantă de descriere a unei serii de timp este calcularea momentelor procesului, în special a primului și a celui de-al doilea moment, care sunt reprezentate prin funcțiile de medie, varianță și autocovarianță ale procesului. Se știe că funcția varianță este un caz particular al funcției de autocovarianță pentru $t_1 = t_2$. Pentru a standardiza funcția de autocovarianță se calculează în general funcția autocorelație care ia valori în intervalul $[-1, 1]$.

O serie dinamică oarecare $\{ X(t); t \in T \}$ constituie un obiect de studiu prea general pentru a putea fi analizat eficient. O anumită clasă de serii, seriile dinamice staționare, anumite proprietăți care le fac să devină preferabile în modelarea și prognoza unor fenomene.

Din pacate inasa, seriile de timp purtatoare de informatii economice in general nu sunt stationare si necesita o prelucrare speciala pentru a fi aduse la aceasta forma. Exista doua modalitati de a defini stationaritatea care conduc la conceptele de stationaritate stricta (stationaritate in sens restrans) si stationaritate slaba sau de ordinul doi (stationaritate in sens larg). Avand in vedere ca o distributie normala este complet descrisa de primele doua momente, o serie dinamica cu stationaritate slaba care este normal distribuita va fi de asemenea si strict stationara.

Formal, spunem ca o serie de timp este stationara atunci cand observatiile fluctueaza in jurul unei medii constante, independenta de timp si cand varianta fluctuatiilor ramane pe ansamblu constanta in timp. Putem de asemenea observa daca o serie este stationara folosind reprezentarea grafica a seriei. Daca reprezentarea grafica a unei serii de timp nu evidentiaza nici o schimbare semnificativa in medie de-a lungul timpului, atunci spunem ca seria este stationara in raport cu media. Daca reprezentarea grafica a unei serii de timp nu arata nici o schimbare evidenta a variantei de-a lungul timpului, atunci spunem ca seria este stationara in raport cu varianta. In activitatea economica reala exista foarte putine fenomene care pot fi descrise prin serii dinamice stationare iar daca sunt stationare sunt doar pentru o perioada scurta de timp, deci se poate vorbi, din punct de vedere practic, doar de o stationaritate locala.

Seriile de timp, asa cum sunt observate in realitate, prezinta in general un trend (medie variabila) fie ascendent fie descendent. Prin diferite operatiuni matematice ele pot fi inasa aduse la o forma stationara. Trendul sau alte elemente non-stationare ale unei serii de timp au ca efect autocorelatii pozitive care domina diagrama functiei de autocorelatie.

O cale de indepartare a non-stationaritatii este metoda operatorilor de diferenta sau diferentelor. Aceasta metoda este o parte integrala a procedurii recomandate de Box si Jenkins (1970). Pentru date non-sezoniere, diferentierea de ordinul intai este de obicei suficienta pentru a obtine o serie cu o relativa stationaritate, astfel ca noua serie $\{y_1, y_2, \dots, y_{N-1}\}$ se obtine din seria initiala $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ prin $\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = y_{t-1}$

Uneori se intampla ca noua serie a diferentelor sa nu fie inasa stationara si prin urmare este necesar sa construim o serie a diferentelor de ordinul doi. Diferentele de ordinul doi se definesc astfel:

$$\Delta^2 x_{t+2} = \Delta x_{t+2} - \Delta x_{t+1} = x_{t+2} - x_{t+1} - x_{t+1} + x_t = x_{t+2} - 2x_{t+1} + x_t \quad (3)$$

In practica, nu este aproape niciodata necesar sa folosim diferentierea de ordine mai mari de doi, deoarece datele reale implica tendinte in general liniare sau cel mult exponentiale.

In cazul in care seria initiala este non-stationara si contine corelatii sezoniere, se impune folosirea operatorului de diferenta sezoniera. O diferenta sezoniera este diferenta dintre o observatie si corespondentul ei din anul anterior. Deci, pentru cazul datelor lunare cu o variatie anuala care se repeta la 12 luni, vom considera diferenta $\Delta_{12} x_t = x_t - x_{t-12}$.

In cercetarile teoretice si practice asupra proceselor dinamice stationare, s-a pus in mod firesc problema de a se sti daca studiul acestor procese nu s-ar putea efectua, cu precizie satisfacatoare, doar pe baza unei singure realizari, acoperind insa un orizont temporal mare. O asemenea ipoteza de lucru a fost sugerata de trasaturile definitorii ale unui proces stationar a carui valoare medie si dispersie nu depind de timp, iar functia de corelatie nu depinde de originea de calcul luata in considerare. Pe de alta parte, realitatea obiectiva si in deosebi cea a proceselor social-economice nu ne ofera decat unicate nerepetabile ale diferitelor procese stocastice, astfel incat verificarea practica a justetei ipotezei de lucru amintite, ar avea darul sa deschida posibilitati largi de cercetare.

Cercetarile teoretice din ultimele decenii au dus la formularea unui rezultat de importanta deosebita afirmand in esenta, ca o clasa destul de mare a proceselor dinamice stationare se bucura de asa numita proprietate de ergodicitate.

Daca un proces dinamic stationar poseda aceasta proprietate, atunci este suficient sa luam in studiu la intamplare, doar si o singura realizare a acestuia; realizarea luata in studiu - prelucrata stiintific - ne poate oferi o reprezentare destul de buna asupra caracteristicilor tipice ale procesului in ansamblul sau.

Dupa cum se vede, proprietatea de ergodicitate a unui proces stationar consta in aceea ca fiecare realizare separata a acestuia constituie un reprezentant caracteristic pentru ansamblul de realizari posibile. Din punct de vedere matematic aceasta inseamna ca fiecare din realizările posibile ale procesului are aceeasi probabilitate de aparitie. Acest lucru este cauzat de faptul ca asupra procesului dinamic stationar isi exercita influenta una si aceiasi grupa de factori.

Daca pentru un proces dinamic stationar probabilitatile de aparitie ale fiecărei realizare sunt diferite atunci valorile tipice ale fiecărei realizari sunt diferite iar procesul respectiv nu se mai bucura de proprietatea de ergodicitate. Cauza lipsei de ergodicitate consta in heterogenitatea interna a procesului, adica fiecare realizare se datoreaza unei grupe diferite de factori de influenta.

Un instrument practic pentru identificarea proceselor stationare ergodice este corelograma generata de functia de autocorelatie. In general poate fi constatata lipsa de ergodicitate atunci cand functia de autocorelatie ramane constanta de la un moment fixat in timp.

Un rezultat general asupra proceselor liniare care furnizeaza o reprezentare analitica foarte utila a proceselor poarta denumirea de reprezentare fundamentala a lui Wald sau teorema de reprezentare fundamentala care este prezentata in continuare.

Daca X_t , este un proces stocastic liniar stationar, atunci X_t poate fi exprimat ca suma dintre o functie determinista si o medie mobila a unui sir infinit de variabile aleatoare independente:

$$X_t = c(t) + e_t + \psi_1 e_{t-1} + \psi_2 e_{t-2} + \dots = c(t) + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j e_{t-j} = c(t) + \Psi(B)e_t \quad (4)$$

unde:

e_t este un „zgomot alb” cu medie zero si varianta constanta V_a

$$\Psi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$$

si indeplineste proprietatile:

1. $\psi_j \xrightarrow{j \rightarrow \infty} 0$
2. $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$

suficiente pentru convergenta seriei ce defineste polinomul $\varphi(B)$.

Componenta determinista corespunde in general mediei procesului iar media unui proces stationar nu este dificil de estimat. Partea stocastica a procesului corespunde mediei mobile $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$.

Daca este un proces stocastic liniar stationar de medie 0 sau in cazul in care media este ne nula dar a fost inlaturata atunci, poate fi exprimat ca o medie mobila de ordin infinit conform urmatoarei relatii:

$$X_t = e_t + \psi_1 e_{t-1} + \psi_2 e_{t-2} + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j e_{t-j} = \Psi(B)\alpha_t \quad (5)$$

Cele doua mari parti ale metodei de descompunere descrisa in lucrarea de fata, TRAMO si SEATS abordeaza cele doua componente ale unui proces, componenta determinista si respectiv componenta stocastica. Componenta stocastica este cea care sufera descompunerea propriu-zisa dupa ce in prealabil seria de timp este ajustata prin metoda TRAMO. Se observa insa faptul ca teorema de reprezentare fundamentala implica existenta unui

sir infinit de elemente ceea ce nu corespunde realitatii fenomenelor specifice comertului exterior si in general, fenomenelor observabile statistic.

Modelele ARMA reprezinta un instrument foarte util pentru aproximarea componentei stocastice, cu numar infinit de elemente, din reprezentarea fundamentala a lui Wald. Pornind de la relatia (2.26) a reprezentarii lui Wald avem :

$$x_t = (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) e_t \quad (6)$$

Daca coeficientii Ψ sunt fixati astfel incat $\psi_i = \psi^i$ si $|\Psi| < 1$ atunci putem scrie:

$$x_t = (1 + \psi^1 B + \psi^2 B^2 + \dots) e_t \quad (7)$$

Utilizand formula sumei unei progresii geometrice obtinem:

$$x_t = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \psi^{n+1} B^{n+1}}{1 - \psi B} e_t = \frac{1}{1 - \psi B} e_t \quad (8)$$

de unde rezulta :

$$(1 - \Psi B)x_t = e_t$$

Prin reparametrizare se poate obtine formula pentru un AR:

$$(1 + \phi B)x_t = e_t$$

In cele prezentate mai sus a rezultat ca o anumita clasa de procese care admit reprezentarea fundamentala a lui Wald pot fi scrise ca procese autoregresive. Intr-un mod similar un proces autoregresiv de ordin infinit de forma:

$$e_t = (1 + \theta B + \theta B^2 + \dots)x_t \quad \text{unde } |\theta| < 1 \quad (9)$$

este echivalent cu un proces MA (1): $x_t = (1 - \theta B)e_t$

Aceasta proprietate a unui proces MA(1) de a admite o reprezentare autoregresiva infinita dar convergenta este cunoscuta ca si proprietatea de inversabilitate iar conditia ca $|\theta| < 1$ reprezinta conditia de inversabilitate.

Atat modelele autoregresive cat si modelele de medie mobila pot fi utilizate pentru a realiza o reprezentare succinta a anumitor procese. Exista posibilitatea de extinde sfera lor de aplicatie prin combinarea lor si prin obtinerea in acest fel a modelelor ARMA(p,q) care au urmatoarea forma generala: $\phi(B)x_t = \theta(B)e_t$

Reprezentarea lui Wald care reprezinta teoria de baza a modelarii ARMA si din care decurg cateva proprietate foarte avantajoase impune conditia

ca seria observata sa fie stationara. In practica foarte putine serii dinamice sunt stationare si prin urmare se impune aducerea la o forma stationara prin metoda diferentelor. Daca seria dinamica observata x_t este o serie non stationara prin transformarea ei intr-o serie stationara vom obtine: $z_t = \delta(B)x_t$ unde $\delta_t = \Delta^d, d = 0,1,2,\dots$

In practica nu se intalnesc, in general, situatii in care d sa fie mai mare decat 2. Prin urmare, seria initiala va urma un proces ARIMA (p,d,q), d reprezentand ordinul diferentei, de forma:

$$\Phi(B)\delta(B)x_t = \Theta(B)e_t \quad (10)$$

Instrumentul principal in identificarea unui model ARIMA este reprezentat de functia de autocorelatie si functia de autocorelatie partiala. Odata ce un model care sa descrie comportamentul unei serii de timp intr-o maniera corespunzatoare a fost identificat si estimat, acesta poate constitui baza pentru realizarea unor prognoze. Nu trebuie uitat insa faptul ca previziunile bazate pe astfel de modele pornesc de la premisa mentinerii pe orizontul de prognoza a structurii si tendintei caracteristice fenomenului analizat. Aceasta premisa este infrinata deseori de realitate prin urmare trebuie mentinute rezervele de rigoare.

Concluzii

Din studiul efectuat, pe baza căruia s-a conceput acest articol, rezultă că din punct de vedere teoretic metodologia Tramo-Seats asigură o bază eficientă de prelucrare și descompunere a serilor cronologice. Prin această metodologie se asigură posibilitatea descompunerii seriilor dinamice pe componente cum sunt: seria cronologică observată, componenta sezonieră, componenta de trend, componenta ciclică și componenta aleatoare. Utilizând metodologia Tramo-Seats care evidențiază etapele ce trebuie urmate, se scoate în evidență esența modelului ARIMA, metoda Tramo, metoda Seats și parametrii componentelor considerate.

Metodologia Tramo-Seats este eficientă prin aceea că asigură o prelucrare și analiză a serilor de date dinamice, care asigură comparabilitatea pe plan european/internațional. În prezent, statele membre ale Uniunii Europene utilizează această metodologie, care este folosită în mod similar de către statele membre.

Bibliografie

1. Anghelache, C., Anghel, M.G. (2018). *Econometrie generală. Teorie și studii de caz*, Editura Economică, București
2. Anghelache, C. (2008). *Tratat de statistică teoretică și economică*, Editura Economică, București

-
3. Arcidiacono, P., Miller, R.A. (2011). Conditional Choice Probability Estimation of Dynamic Discrete Choice Models with Unobserved Heterogeneity. *Econometrica*, 79 (November 2011), 1823–1867
 4. Bosq, D. (2012). *Nonparametric Statistics for Stochastic Processes: Estimation and Prediction*, Springer Science & Business Media
 5. Corbore, D., Durlauf, S., Hansen, B., (2006). *Econometric Theory and Practice – Frontiers of Analysis and Applied Research*, Cambridge University Press, United Kingdom
 6. Elliott, G., Müller, U.K., Watson, M.W. (2015). Nearly Optimal Tests When a Nuisance Parameter is Present Under the Null Hypothesis. *Econometrica*, 83, 771-811
 7. Gach, F., Pötscher, B.M. (2011). Nonparametric Maximum Likelihood Density Estimation and Simulation-Based Minimum Distance Estimators. *Mathematical Methods of Statistics*, 20 (December 2011), 288–326
 8. Lohr, S.L. (2007). Comment: Struggles with Survey Weighting and Regression Modeling. *Statistical Science*, 22 (2), 175-178
 9. Pesavento, E., Rossi, B. (2006). Small-sample Confidence Intervals for Multivariate Impulse Response Functions at Long Horizons. *Journal of Applied Econometrics*, 21 (8), 1135-1155