

Evidențierea legăturilor dintre indicatorii macroeconomici prin utilizarea modelului regresiei liniare multiple

Prof.univ.dr. Constantin ANGHELACHE

ASE București/Universitatea Artifex - București

Drd. Cătălina Claudia SAVA

Universitatea Lucian Blaga – Sibiu

Drd. Cosmin PĂUNESCU

Drd. Lorand KRALIK

Academia de Studii Economice – București

Abstract

Starting from a set of data series including a number of four macroeconomic indicators and a linear multifactorial model, the validity of the regression model is ascertained, and also the nature and intensity of links existing between analyzed indicators. The results achieved with the help of Eviews software are further analyzed and interpreted through the prism of economical meanings that determine them.

Key words: *multiple linear regression, GDP, retail trade, Eviews*

Informațiile obținute prin utilizarea modelului liniar simplu de regresie nu sunt întotdeauna suficiente pentru a caracteriza evoluția unui fenomen economic și, mai ales, pentru a identifica posibila evoluție ulterioară a acestuia.

Pentru a remedia aceste neajunsuri, în literatura de specialitate au fost introduse modele de regresie multiplă¹ în care evoluția variabilei dependente este definită în funcție de două sau mai multe variabile factoriale.

Pornind de la o serie de date referitoare la evoluția în ultimii patrușprezece ani a PIB și a cifrei de afaceri a comerțului interior din România, - defalcată pe cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul realizat prin societățile comerciale care au proprietate majoritar de stat și societățile comerciale proprietate majoritar privată - ne propunem să construim un model de regresie multiplă care să ne permită analiza legăturilor dintre acești indicatori.

În acest sens, vom considera drept variabilă rezultativă valoarea PIB, iar ca variabile factoriale cele trei mărimi prezentate anterior, respectiv valoarea cifrei de

¹ Elena Bugudui „Regression Models Applied in the Quantitative Economic Analysis”, Scientific Research Themes/Studies Communications at the National Seminary „Octav Onicescu”, Romanian Statistical Review Trim. 4/2011, pp. 46-47.

afaceri în comerțul cu amănuntul pe total și pe forme de proprietate. Sintetizând, evoluția celor patru mărimi în perioada 1997 – 2010 se prezintă astfel:

PIB, cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul pe total și pe forme de proprietate în perioada 1997-2010 în România

Anul	PIB în milioane lei	Cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul total în milioane lei (CAT)	Cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul în societăți cu proprietate majoritară de stat în milioane lei (CAS)	Cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul în întreprinderi cu proprietate majoritară privată în milioane lei (CAP)
1997	25 529.8	6637.7	2.0	6635.7
1998	37 055.1	9634.3	3.0	9631.3
1999	55 191.4	15067.2	4.8	15062.4
2000	80 984.1	22756.5	7.3	22749.2
2001	117 945.8	32553.0	10.4	32542.6
2002	152 017.0	41044.6	13.0	41031.6
2003	197 427.6	56266.8	17.4	56249.4
2004	247 368.0	71732.7	23.7	71709.0
2005	288 954.6	83796.8	25.2	83770.8
2006	344 650.6	96502.2	32.0	96470.2
2007	416 006.8	116481.9	38.0	116443.0
2008	514 700.0	118183.0	39.0	111814.4
2009	501 139.4	108515.0	30.0	108485.0
2010	522 561.1	114962.0	29.0	114933.0

Sursa: Datele sunt prelucrate de autori

Pe baza datelor din tabelul de mai sus, vom analiza existența unei eventuale legături de dependență între PIB (variabila rezultat y) și cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul total (variabila cauzală x_1), cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul în societăți cu proprietate majoritară de stat (variabila exogenă x_2) și cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul în întreprinderi cu proprietate majoritară privată (variabila exogenă x_3).

Descrierea econometrică a legăturii dintre cele trei variabile se poate face cu ajutorul a patru modele²:

- 1) Un model unifactorial care să explice variația PIB pe baza nivelului cifrei de afaceri în comerțul cu amănuntul total.

$$y_i = f(x_{1i}) + u_{1i}$$

² Raluca Andreea Mihalache „Utilizarea modelului de regresie liniară în analiza trecerii de la soldul bugetar la sursele de finanțare”, Scientific Research Themes/Studies Communications at the National Seminary „Octav Onicescu”, Romanian Statistical Review Trim. 3/2011, pp. 191-195.

- 2) Un model unifactorial care să explice variația PIB pe baza modificării nivelului cifrei de afaceri în comerțul cu amanuntul în societăți cu proprietate majoritară de stat.

$$y_i = f(x_{2i}) + u_{2i}$$

- 3) Un model unifactorial care să explice variația cifrei de afaceri pe baza modificării nivelului cifrei de afaceri în comerțul cu amanuntul în întreprinderi cu proprietate majoritară privată.

$$y_i = f(x_{3i}) + u_{3i}$$

- 4) Un model multifactorial care să explice variația cifrei de afaceri pe baza celor trei factori.

$$y_i = f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) + u_i$$

Pe baza celor menționate anterior putem considera faptul că modelul multifactorial analizat va fi unul liniar, de forma:

$$y_i = b_0 + b_1 * x_{1i} + b_2 * x_{2i} + b_3 * x_{3i} + u_i$$

Estimarea parametrilor

Definim :

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$Y \rightarrow$ vectorul coloană al variabilei endogene, de dimensiune $n = 12$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \cdots & X_{nk} \end{pmatrix}$$

$X \rightarrow$ matricea variabilelor exogene de dimensiune $n * k + 1$

$$B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix}$$

$B \rightarrow$ vectorul coloană al parametrilor de dimensiune $k + 1 = 3$

$$U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

$U \rightarrow$ vectorul coloană al variabilei aleatoare de dimensiune $n = 12$

Modelul liniar multifactorial identificat mai sus se poate scrie sub forma matricială astfel:

$$Y = X * B + U$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{n1} \cdots & X_{nk} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

unde:

$n = 12 \rightarrow$ numărul observațiilor disponibile;

$k = 3 \rightarrow$ numărul variabilelor exogene.

Funcția de regresie corespunzătoare modelului considerat, scrisă sub forma unei ecuații matriceale, este³:

$$\hat{Y} = X * \hat{B}$$

Pentru estimarea parametrilor vom utiliza metoda celor mai mici pătrate (MCMMP). Pentru modelul multifactorial liniar aplicarea acestei metode presupune minimizarea funcției⁴:

$$\begin{aligned} F(\hat{B}) &= \min \sum_{t=1}^n u_t^2 = \min (Y - X \hat{B})^2 \\ &= \min (Y^T Y - 2 \hat{B}^T (X^T Y) + \hat{B}^T (X^T X) \hat{B}) \end{aligned}$$

care implică determinarea derivatei funcției în raport cu estimatorul $\hat{B}$ și anularea acesteia:

$$(X^T X) \hat{B} = X^T Y$$

Pentru a facilita determinarea modelului multiplu de regresie am utilizat pachetul informatic Eviews 5.1. În cadrul acestuia, cele patru variabile definite anterior au fost deschise sub forma unui grup:

³ Biji, M., Biji, E.M., Lilea, E., Anghelache, C., (2002) – „Tratat de statistică”, Editura Economică, București

⁴ Cătălin Deatcu, Adina Elena Stoica (Fetcu), Irina Dincă „Model econometric de regresie multifactorială”, Scientific Research Themes/Studies Communications at the National Seminary „Octav Onicescu”, Romanian Statistical Review Trim. 3/2011, pp. 207-215.

Group: UNTITLED Workfile: MULTIFACTORIALA::Multifactor...

View Proc Object Print Name Freeze Default Sort Transpose Edit+/- Smpl+/- Ins

obs	CAP	CAS	CAT	PIB
1997	6635.7	2.0	6637.7	25529.80
1998	9631.3	3.0	9634.3	37055.10
1999	15062.4	4.8	15067.2	55191.40
2000	22749.2	7.3	22756.5	80984.16
2001	32542.6	10.4	32553.0	117945.80
2002	41031.6	13.0	41044.6	152017.00
2003	56249.4	17.4	56266.8	197427.60
2004	71709.0	23.7	71732.7	247368.00
2005	83770.8	25.2	83796.8	288954.60
2006	96470.2	32.0	96502.2	344650.60
2007	116443.0	38.0	116481.9	416006.80
2008	111814.4	39.0	118183.0	514700.00
2009	108485.0	30.0	108515.0	501139.40
2010	114933.0	29.0	114962.0	522561.10

Valorile de intrare EViews

În cadrul acestui grup, cu ajutorul comenzii Quick – Estimate Equation, a fost definită o ecuație ce are ca variabilă rezultativă PIB, iar ca variabile factoriale cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul pe total și pe forme de proprietate.

De asemenea, în cadrul modelului de regresie a fost introdus termenul liber c, acesta urmând să reflecte influența termenilor ce nu au fost considerați la momentul construcției modelului⁵.

Estimarea parametrilor modelului considerat în programul informatic EViews a fost realizată utilizând metoda celor mai mici pătrate.

Rezultatele obținute cu ajutorul modelului considerat și determinate prin intermediul programului informatic Eviews 5.1. se prezintă astfel:

Dependent Variable: PIB

Method: Least Squares

Date: 09/11/12 Time: 05:58

⁵ Elena-Maria Biji, Eugenia Lilea, M. Vătui, Florin Paul Costel Lilea "Analysis of dynamics and weight of services in hotels and restaurants, education, health and social assistance in Romania", The 10th Edition of International Conference "European Economy: Present and Future," 7-9 October 2010, Suceava

Sample: 1997 2010
Included observations: 14

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4065.012	9339.779	-0.435236	0.6726
CAT	24.41714	3.829814	6.375542	0.0001
CAP	-16.01336	3.532282	-4.533433	0.0011
CAS	-14779.64	2380.713	-6.208073	0.0001
R-squared	0.992343	Mean dependent var	250109.4	
Adjusted R-squared	0.990046	S.D. dependent var	183454.0	
S.E. of regression	18302.91	Akaike info criterion	22.70246	
Sum squared resid	3.35E+09	Schwarz criterion	22.88505	
Log likelihood	-154.9173	F-statistic	432.0142	
Durbin-Watson stat	2.379373	Prob(F-statistic)	0.000000	

Modelul de regresie multiplu determinat anterior poate fi transcris sub formă de ecuație astfel:

$$\text{PIB} = -4065,012 + 24,41714 \text{ CAT} - 16,01336 \text{ CAP} - 14779,64 \text{ CAS}$$

După cum se poate observa, utilizarea modelului multiplu de regresie confirmă concluzia că valoarea cifrei de afaceri în comerțul cu amănuntul influențează semnificativ evoluția PIB. Se observă că, în acest caz, creșterea PIB ocazionată de majorarea cu un l mil. lei a cifrei de afaceri în comerțul cu amănuntul pe total este de aproximativ 24,4 mil. lei pentru fiecare modificare cu o unitate a variabilei factoriale. Se observă o scădere a PIB cu 16,01 mil lei pentru fiecare 1 mil. lei cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul în întreprinderi cu proprietate majoritară privată în milioane lei(CAP). În ceea ce privește cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul în societăți cu proprietate majoritară de stat (CAS) rezultatele obținute indică o diminuare a PIB de 14779,64 mil lei pentru fiecare majorare cu 1 mil lei cifra de afaceri.

Trebuie însă menționat faptul că, în cadrul modelului considerat, influența termenului liber, ca imagine a factorilor ce nu au fost incluși în model, este una semnificativă. Astfel, putem afirma faptul că factorii ce nu au fost luați în considerare la momentul construcției modelului econometric detrmină o diminuare semnificativă a valorii PIB.

Din punctul de vedere al testelor statistice ce verifică corectitudinea modelului econometric considerat, se poate observa faptul că valorile aferente testelor R și respectiv R^2 sunt de peste 99% ($R^2 = 99,23\%$, iar R^2 ajustat = 99,00%), ceea ce ne permite să afirmăm faptul că modelul supus analizei este unul corect și

cu un grad de risc ce poate fi considerat a fi acceptabil în cazul unei analize economice.

De asemenea, putem constata faptul că valoarea testului F-statistic (432,0142) este superioară valorii de referință tabelată, ceea ce induce ideea că modelul econometric considerat este unul corect, ce poate fi utilizat în analizele economice

În ceea ce privește validarea modelului de regresie prezentat anterior, se remarcă faptul că probabilitatea asociată acestuia este una foarte ridicată (peste 99%), afirmație fundamentată pe valorile testelor R^2 și R^2 – ajustat.

Nu în ultimul rând, valoarea testului Prob (F-statistic) este zero, ceea ce confirmă afirmațiile formulate anterior, conform cărora un model econometric de regresie ce utilizează ca variabilă rezultativă PIB, iar ca variabile factoriale cifra de afaceri în comerțul cu amănuntul pe total și pe forme de proprietate este unul corect.

Bibliografie selectivă

- Andrei, T., Stancu, S., Iacob A.I., Tusa, E., - „Introducere în econometrie utilizând Eviews”, Editura Economică, București
- Anghelache, C., (2008) - „Tratat de statistică teoretică și economică”, Editura Economică, București
- Biji, M., Biji, E.M., Lilea, E., Anghelache, C., (2002) – „Tratat de statistică”, Editura Economică, București