
Studiu privind metodologia de calcul al indicilor statistici prin procedeul separării acțiunii izolate a fiecărui factor și repartizarea proporțională a interacțiunii factorilor de influență

Conf. univ. dr. Nicolae Mihăilescu (n.mihailescu@yahoo.com)

Universitatea „Hyperion” București

Conf. univ. dr. Claudia Căpățînă (claudiacapatana@yahoo.com)

Universitatea „Hyperion” București

Abstract

Studiul metodologic prezentat în acest articol oferă o soluție de utilitate practică pentru fundamentarea deciziilor care vizează creșterea performanțelor economico-financiare ale operatorilor economici, pe baza identificării și cuantificării factorilor care au determinat mărimea și modificarea unui indicator de puternică reprezentare a activității desfășurate. Metodologia expusă în acest studiu are un conținut riguros, din punct de vedere matematic, ce respectă un principiu de calcul și atribuire proporțională a influenței fiecărui factor care explică modificarea unui indicator de rezultat al activității economice, sintetic sau complex, obținut prin contribuții secvențiale, dar, în același timp, unitare, a doi sau mai mulți factori, cu grade diferite de importanță. Scopul general al acestei metodologii este de a oferi o informație neafectată de principii cu caracter limitat, particulare, cu justificări cărora le pot fi aduse mai mult sau mai puțin contra-argumente suficient de pertinente. Se menționează că există inconvenientul complexității calculelor, mai dificil de realizat dacă se recurge la o procedură manuală, iar o soluție informatică ar fi pe deplin recomandată.

Cuvinte cheie: indice statistic, factor de influență, indicator economic.

Clasificare JEL: C02

Introducere

Pentru fundamentarea deciziilor care vizează conducerea activității economice, o utilitate deosebită prezintă **metoda indicilor**, datorită conținutului informațional pe care îl oferă dimensiunea statistică numită indice, obținută ca rezultat al comparației realizate în raport dinamic sau în statică.

Indicele statistic este o mărime relativă, care exprimă una din următoarele categorii de stări a fenomenelor economice:

- *dinamica*,

-
- gradul de îndeplinire a indicatorilor programați sau planificați,
 - nivelul relativ al sarcinii propuse pentru creșterea sau diminuarea unui indicator economic în segmentul de timp care urmează,
 - raportul de mărime dintre doi indicatori economici identici din punct de vedere al conținutului și modului de calcul, referitori la două entități teritoriale similare (oraș, județ, țară) sau doi agenți economici, dar coexistenți în timp.

Prin urmare, indicele este rezultatul raportului a doi indicatori statistici referitori la același fenomen economic, care, la rândul lor, pot fi prezentați în formă absolută, relativă sau medie. Indicele exprimă modificarea relativă a mărimii indicatorului de la numărător, în comparație cu mărimea de la numitorul raportului.

Din punct de vedere al sferei de cuprindere, se disting două categorii de indici statistici: *indici individuali, elementari sau simpli* și *indici de grup*.

Indicele individual exprimă raportul de mărime între doi indicatori statistici care caracterizează colectivități de unități (obiecte sau tipuri de produse) omogene sau fenomene cu același conținut economic. De exemplu, se poate calcula indicele individual al dinamicii volumului fizic, al dinamicii prețurilor sau al dinamicii valorii mărfurilor vândute de un agent economic pentru fiecare fel de marfă, în mod distinct.

Formulele generale de calcul al indicilor individuali de dinamică sunt:

- pentru un indicator economic de tip cantitativ (f),

$$i(f) = \frac{f_1}{f_0},$$

- pentru un indicator economic de tip calitativ (x),

$$i(x) = \frac{x_1}{x_0},$$

- pentru un indicator economic complex (Y),

$$i^k = \frac{f_1 x_1}{f_0 x_0}$$

Indicele de grup exprimă modificarea medie relativă a caracteristicii unei colectivități de unități, care diferă între ele prin conținut sau valoare de întrebuințare.

De exemplu, indicele de grup al dinamicii valorii mărfurilor vândute

de o societate comercială (indicele de grup al dinamicii cifrei de afaceri), care este un indice al unui indicator statistic complex, se calculează ca raport între suma încasărilor (valoarea vânzărilor) din perioada curentă sau de calcul și suma încasărilor (valoarea vânzărilor) din perioada bază de comparație, conform următoarei relații,

$$\text{în care, } I^{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0},$$

„ q ” este volumul fizic al vânzărilor pe tipuri de mărfuri (indicator economic de tip cantitativ - f),

„ p ” reprezintă prețul unitar de vânzare pentru fiecare fel de marfă (indicator economic de tip calitativ - x).

Se precizează că atât volumul fizic al vânzărilor, cât și prețurile unitare de vânzare sunt neînsumabile în mod direct, deoarece se referă la tipuri diferite de mărfuri și, în consecință, pentru a evidenția influența sau modificarea separată a fiecăruia din cei doi factori (q și p), se calculează indici de grup factoriali, prin aplicarea unui anumit sistem de ponderare.

Prin urmare, în cazul unei relații factorial-determinate de forma $Y = fx$, sau $\sum y = \sum fx$, pentru a dimensiona modificarea separată a fiecăruia dintre factori (cantitativ - f și calitativ - x) care au determinat modificarea indicatorului complex (Y) sau, într-o altă formă de interpretare, folosită numai în cazul indicilor de grup factoriali, pentru a cuantifica modificarea medie a indicatorului cantitativ și respectiv a celui calitativ se utilizează, de regulă, **metoda substituirilor succesive (în lanț)** dar, în practica de analiză, se recurge uneori și la alte modalități de ponderare: Indicele Laspeyres, Indicele Paasche, Procedul ponderilor logaritmice (Indicele Fisher), Procedul ponderilor medii (Indicele Edgeworth), Procedul creșterilor finite (Indicele Lagrange).

În vederea sistematizării, generalizării și rigurozității aplicării metodei substituirilor succesive, indicatorii economici sunt grupați astfel:

- **indicatori economici cantitativi (f)**, cum ar fi: volumul fizic al producției sau al prestațiilor de servicii (q); numărul mediu al salariaților (N); timpul lucrat de salariați, exprimat în om-ore (Nh); timpul lucrat de salariați, exprimat în om-zile (Nz); valoarea medie a mijloacelor fixe (Mf); valoarea medie a activelor circulante (Ac); locuri capacitate de cazare turistică existentă sau capacitatea construită și destinată pentru cazarea turiștilor - (L); locuri-zile capacitate de cazare turistică existentă (Le); locuri-zile capacitate de cazare turistică disponibilă, în funcțiune sau activă (Lz); turiști cazați în unitățile de

cazare turistică (T); numărul de zile-turiști (Tz) etc.;

- **indicatori economici calitativi (x)**: prețul de producție sau tariful pe unitate fizică de servicii (p); prețul de vânzare cu amănuntul (pv); cheltuielile cu forța de muncă efectuate în medie cu un salariat ($\overline{cfm}$); costul complet unitar (c); consumul specific de resurse materiale și energetice exprimat în unități naturale (m); cheltuielile la 1000 lei cifră de afaceri (Ch); rata rentabilității financiare (Rrf); productivitatea muncii (w); numărul mediu de rotații a activelor circulante (n), durata medie în zile a unei rotații a activelor circulante (d) și în general toți indicatorii care exprimă eficiență economică;

- **indicatori economici complecși (fx)**: cifra de afaceri (CA); marja comercială (MC); producția exercițiului (Q); valoarea adăugată (VA), cheltuielile totale (Ct); veniturile totale (Vt); cheltuielile totale cu forța de muncă (CFM); cheltuielile totale cu materiile prime, materialele și energia aferente activității productive, de comerț sau de prestare a serviciilor (CM); consumul total de materii prime, materiale și combustibil exprimat în unități naturale - pe feluri de resurse - (M); rezultatul din exploatare (Re); rezultatul net al exercițiului financiar (Rn), rezultatul brut al exercițiului (Rb).

Aplicarea metodei substituirilor succesive implică respectarea următoarelor două reguli de bază:

- 1) *individualizarea și dimensionarea influenței unui factor de tip cantitativ care a determinat modificarea indicatorului complex se realizează prin ponderare (menținere constantă) cu factorul de tip calitativ bază de comparație;*
- 2) *individualizarea și dimensionarea influenței unui factor de tip calitativ care a determinat modificarea indicatorului complex se realizează prin ponderare cu factorul de tip cantitativ comparat.*

Facem precizarea că, în cazul analizei pe factori de influență a indicatorilor care caracterizează eficiența utilizării factorilor de producție direcți sau primari (forța de muncă, mijloacele fixe și activele circulante materiale sau resursele materiale și energetice), consumați pentru obținerea unui rezultat economic, indicatorii de efect economic sunt tratați ca indicatori de tip calitativ, iar cei de efort economic au semnificația și se comportă ca indicatori de tip cantitativ.

Formulele generale de calcul folosite în cazul metodei substituirilor succesive, atunci când dorim să cuantificăm modificările respective în mărimi relative și absolute, sunt următoarele:

- modificarea totală a fenomenului (indicatorului) complex:

Indicele,

$$I^{\hat{x}} = \frac{f_1 x_1}{f_0 x_0}, \text{ sau } I^{\hat{x}} = \frac{\sum f_1 x_1}{\sum f_0 x_0}$$

Modificarea absolută aferentă,

$$\Delta = f_1 x_1 - f_0 x_0, \text{ sau } \Delta = \sum f_1 x_1 - \sum f_0 x_0$$

din care:

- influența modificării factorului de tip cantitativ (f):

Indicele,

$$I(f) = \frac{f_1 x_0}{f_0 x_0}, \text{ sau } I(f) = \frac{\sum f_1 x_0}{\sum f_0 x_0}$$

Modificarea absolută aferentă,

$$\Delta(f) = f_1 x_0 - f_0 x_0, \text{ sau } \Delta(f) = \sum f_1 x_0 - \sum f_0 x_0$$

- influența modificării factorului de tip calitativ (x):

Indicele,

$$I(x) = \frac{f_1 x_1}{f_1 x_0}, \text{ sau } I(x) = \frac{\sum f_1 x_1}{\sum f_1 x_0}$$

Modificarea absolută aferentă,

$$\Delta(x) = f_1 x_1 - f_1 x_0, \text{ sau } \Delta(x) = \sum f_1 x_1 - \sum f_1 x_0$$

urmând să se verifice egalitățile:

$$I^{\hat{x}} = I(f) \cdot I(x)$$

$$\Delta = \Delta(f) + \Delta(x)$$

Literatură de referință

Studiul metodologic privind calculul indicilor statistici prin procedeul separării acțiunii izolate a fiecărui factor și repartizarea proporțională a interacțiunii factorilor de influență se alătură numeroaselor lucrări de fundamentare metodologică care au fost prezentate în articole și lucrări de specialitate din țară și din străinătate.

Toate studiile la care ne referim se bazează pe logica fundamentării demersului statistic pe teoria economică. Sunt descrise, în mod distinct,

metodele și procedeele de prelucrare statistică a datelor de informare statistică, cazurile particulare care vizează mărimea, structura și dinamica variabilelor economice, precum și formarea relațiilor de interdependență dintre acestea.

În acest sens, sunt relevante lucrările în care este descrisă metodologia statistică de calcul și interpretare a indicilor statistici, semnificația informațională a rezultatelor, publicate de prof. univ. dr. Andrei T., *Statistică și econometrie*, Editura Economică, București, 2003¹; Baron T., Biji E., Tövisi L., Wagner P., Isaic-Maniu Al., Korka M., Porojan D., *Statistică teoretică și economică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1996²; Calot G., *Cours de statistique descriptive*, Editura DUNOD, Paris, 1965³; Desabie, J., *Theorie et pratique des sondages*, Statistique et programmes économiques, Volumul 10, Editura DUNOD, Paris, 1966⁴; Isaic-Maniu Al., Mitruț C., Voineagu V., *Statistica pentru managementul afacerilor*, Editura Economică, București, 1995⁶; Mihăilescu, N., *Statistică și Bazele statistice ale econometriei*, Editura Transversal, București, 2021⁸; Mills F. C., *Statistical Method*, Columbia University Press, New York, 1956⁹.

O tratare aplicativă particularizată se referă la analiza factorială a dinamicii indicatorilor complecși, care este prezentată de Mihăilescu N. în lucrarea *Analiza activității economico-financiare – Metodologii de cercetare, studii de caz rezolvate pentru fundamentarea deciziilor economico-financiare și teste de cunoștințe*, Editura Transversal, București, 2021⁷.

Lucrările menționate prezintă, în contextul metodologiei științifice fundamentate, din punct de vedere economic, studii statistice, pentru a exprima realitatea proceselor economice cu desfășurare dinamică sau în profil static.

Metoda separării acțiunii izolate a fiecărui factor cu repartizarea proporțională a interacțiunii factorilor de influență (Metoda creșterilor proporționale)

O altă procedură metodologică folosită pentru a calcula influența factorilor care au determinat modificarea unui indicator complex, este cunoscută sub denumirea de „Metoda separării acțiunii izolate a fiecărui factor“.

Aplicarea principiului de separare a acțiunii individuale a factorilor care determină modificarea unui indicator complex - prezentat în funcție de doi sau mai mulți factori de influență, conform unei relații factorial-deterministe - se bazează pe un sistem de ponderare care utilizează în mod invariabil indicatorii bază de comparație, indiferent că sunt de natură cantitativă sau calitativă. Rezultă, în acest caz, și o influență suplimentară care este cauzată de interacțiunea factorilor sau a acțiunii simultane a factorilor.

Procedeul separării acțiunii izolate a fiecărui factor conduce la amplificarea volumului de calcule, mai ales atunci când numărul factorilor care au determinat modificarea indicatorului complex este mai mare de doi. Pentru a demonstra acest fapt, prezentăm următoarea schemă:

**Numărul indicilor statistici și al modificărilor absolute aferente în cazul
Procedeului separării acțiunii izolate a fiecărui factor**

Tabelul 1

Numărul factorilor	Indicele sintetic	Numărul indicilor influențelor izolate	Numărul indicilor interacțiunii factorilor						
2 factori	C_2^0	C_2^1	C_2^2						
Nr. indicilor	1	2	1	1					
3 factori	C_3^0	C_3^1	C_3^2	C_3^3					
Nr. indicilor	1	3	3	1	4				
4 factori	C_4^0	C_4^1	C_4^2	C_4^3	C_4^4				
Nr. indicilor	1	4	6	4	1	11			
5 factori	C_5^0	C_5^1	C_5^2	C_5^3	C_5^4	C_5^5			
Nr. indicilor	1	5	10	10	5	1	26		
6 factori	C_6^0	C_6^1	C_6^2	C_6^3	C_6^4	C_6^5	C_6^6		
Nr. indicilor	1	6	15	20	15	6	1	57	
7 factori	C_7^0	C_7^1	C_7^2	C_7^3	C_7^4	C_7^5	C_7^6	C_7^7	
Nr. indicilor	1	7	21	35	35	21	7	1	120

Notă privind exemplificarea calculului numărului combinațiilor,

$$C_3^1 = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 1 \cdot 2} = 3 \quad ; \quad C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

Se remarcă, astfel, creșterea importantă a tipologiei indicilor interacțiunii factorilor, pe măsură ce numărul indicatorilor considerați ca factori de influență este mai mare. Se reține, de asemenea, faptul că influențele exprimate de indicii interacțiunii factorilor (acțiunii simultane a factorilor) prezintă dificultate pentru interpretare și, în consecință, dimensiunile lor urmează să fie repartizate asupra factorilor precizați, folosind un criteriu de proporționalitate; avem, astfel, imaginea complexității calculelor implicate în aplicarea procedeului separării acțiunii izolate a fiecărui factor.

Exemplificarea metodologiilor de calcul se va realiza în variantele care prezintă indicatorul complex în funcție de doi factori de influență și respectiv trei factori de influență, între care există o relație de produs.

Cazul 1 – Indicator complex cu doi factori de influență: a și b
 - indicele sintetic (indicele indicatorului complex),

$$I = \frac{a_1 b_1}{a_0 b_0} \text{ și}$$

modificarea absolută a indicatorului complex,

$$\Delta = a_1 b_1 - a_0 b_0$$

- indicii influențelor izolate a factorilor a și b

$$\text{a) } I^{(a)} = \frac{a_1 b_0}{a_0 b_0} \text{ și}$$

modificarea absolută aferentă,

$$\Delta^{(a)} = (a_1 - a_0) \cdot b_0 = \Delta(a) \cdot b_0$$

$$\text{b) } I^{(b)} = \frac{a_0 b_1}{a_0 b_0} \text{ și}$$

modificarea absolută aferentă,

$$\Delta^{(b)} = (b_1 - b_0) \cdot a_0 = \Delta(b) \cdot a_0$$

- indicele interacțiunii factorilor a și b

$$I^{(a)(b)} = \frac{a_1 b_1}{a_1 b_0} : \frac{a_0 b_1}{a_0 b_0} = \frac{a_1 b_1}{(a_1 b_0) \cdot (a_0 b_1)} \text{ și}$$

modificarea absolută aferentă,

$$\Delta^{(a)(b)} = a_1 b_1 - a_1 b_0 + a_0 b_0 - a_0 b_1 = \Delta(a) \cdot \Delta(b) = (a_1 - a_0) \cdot (b_1 - b_0)$$

Relația de recurență dintre indici (format multiplicativ),

$$I = \frac{a_1 b_1}{a_0 b_0} = I^{(a)} \cdot I^{(b)} \cdot I^{(a)(b)}$$

Relația de recurență dintre modificările absolute (format aditiv),

$$\Delta = a_1 b_1 - a_0 b_0 = \Delta^{(a)} + \Delta^{(b)} + \Delta^{(a)(b)}$$

După repartizarea proporțională a modificării cauzate de interacțiunea factorilor, influențele factoriale exprimate în cifre absolute sunt:

- influența factorului „a”,

$$\Delta^{(a)} = (a_1 - a_0) \cdot b_0 + \frac{(a_1 - a_0) \cdot b_0}{(a_1 - a_0) \cdot b_0 + (b_1 - b_0) \cdot a_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b)$$

- influența factorului „b”,

$$\Delta^{(b)} = (b_1 - b_0) \cdot a_0 + \frac{(b_1 - b_0) \cdot a_0}{(a_1 - a_0) \cdot b_0 + (b_1 - b_0) \cdot a_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b)$$

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „a”,

$$Ka = \frac{(a_1 - a_0) \cdot b_0}{(a_1 - a_0) \cdot b_0 + (b_1 - b_0) \cdot a_0}$$

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „b”,

$$Kb = \frac{(b_1 - b_0) \cdot a_0}{(a_1 - a_0) \cdot b_0 + (b_1 - b_0) \cdot a_0}$$

Cazul 2 – Indicator complex cu trei factori de influență: a , b și c

- indicele sintetic

$$I = \frac{a_1 b_1 c_1}{a_0 b_0 c_0} \text{ și}$$

modificarea absolută a indicatorului complex,

$$\Delta = a_1 b_1 c_1 - a_0 b_0 c_0$$

- indicii influențelor izolate a factorilor a , b și c

$$a) I^{(a)} = \frac{a_1 b_0 c_0}{a_0 b_0 c_0} \text{ și}$$

modificarea absolută aferentă,

$$\Delta^{(a)} = (a_1 - a_0) \cdot b_0 \cdot c_0 = \Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0$$

$$b) I^{(b)} = \frac{a_0 b_1 c_0}{a_0 b_0 c_0} \text{ și}$$

modificarea absolută aferentă,

$$\Delta^{(b)} = (b_1 - b_0) \cdot a_0 \cdot c_0 = \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0$$

$$c) I^{(c)} = \frac{a_0 b_0 c_1}{a_0 b_0 c_0} \text{ și}$$

modificarea absolută aferentă,

$$\Delta^{(c)} = (c_1 - c_0) \cdot a_0 \cdot b_0 = \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0$$

- indicii interacțiunii factorilor

1. interacțiunea factorilor a și b

$$I^{(a)(b)} = \frac{a_1 b_1 c_0}{a_1 b_0 c_0} : \frac{a_0 b_1 c_0}{a_0 b_0 c_0} = \frac{(a_1 b_1 c_0) \cdot (a_0 b_0 c_0)}{(a_1 b_0 c_0) \cdot (a_0 b_1 c_0)} \text{ și}$$

- modificarea absolută

$$\Delta^{(a)(b)} = a_1 b_1 c_0 - a_1 b_0 c_0 + a_0 b_0 c_0 - a_0 b_1 c_0 = (a_1 - a_0) \cdot (b_1 - b_0) \cdot c_0 = \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot c_0$$

2. interacțiunea factorilor a și c

$$I^{(a)(c)} = \frac{a_1 b_0 c_1}{a_0 b_0 c_1} : \frac{a_1 b_0 c_0}{a_0 b_0 c_0} = \frac{(a_1 b_0 c_1) \cdot (a_0 b_0 c_0)}{(a_0 b_0 c_1) \cdot (a_1 b_0 c_0)} \text{ și}$$

- modificarea absolută

$$\Delta^{(a)(c)} = a_1 b_0 c_1 - a_0 b_0 c_1 + a_0 b_0 c_0 - a_1 b_0 c_0 = (a_1 - a_0) \cdot (c_1 - c_0) \cdot b_0 = \Delta(a) \cdot \Delta(c) \cdot b_0$$

3. interacțiunea factorilor b și c

$$I^{(b)(c)} = \frac{a_0 b_1 c_1}{a_0 b_1 c_0} : \frac{a_0 b_0 c_1}{a_0 b_0 c_0} = \frac{(a_0 b_1 c_1) \cdot (a_0 b_0 c_0)}{(a_0 b_1 c_0) \cdot (a_0 b_0 c_1)} \text{ și}$$

- modificarea absolută

$$\Delta^{(b)(c)} = a_0 b_1 c_1 - a_0 b_1 c_0 + a_0 b_0 c_0 - a_0 b_0 c_1 = (b_1 - b_0) \cdot (c_1 - c_0) \cdot a_0 = \Delta(b) \cdot \Delta(c) \cdot a_0$$

4. interacțiunea factorilor a , b și c

$$I^{(a)(b)(c)} = \left[\frac{a_1 b_1 c_1}{a_0 b_1 c_1} : \frac{a_1 b_1 c_0}{a_0 b_1 c_0} \right] : \left[\frac{a_1 b_0 c_1}{a_0 b_0 c_1} : \frac{a_1 b_0 c_0}{a_0 b_0 c_0} \right] =$$

$$= \frac{(a_1 b_1 c_1) \cdot (a_0 b_1 c_0) \cdot (a_0 b_0 c_1) \cdot (a_1 b_0 c_0)}{(a_0 b_1 c_1) \cdot (a_1 b_1 c_0) \cdot (a_1 b_0 c_1) \cdot (a_0 b_0 c_0)} \text{ și}$$

- modificarea absolută

$$\Delta^{(a)(b)(c)} = (a_1 b_1 c_1) + (a_0 b_1 c_0) + (a_0 b_0 c_1) + (a_1 b_0 c_0) - (a_0 b_1 c_1) - (a_1 b_1 c_0) -$$

$$- (a_1 b_0 c_1) - (a_0 b_0 c_0) = (a_1 - a_0) \cdot (b_1 - b_0) \cdot (c_1 - c_0) = \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c)$$

Relația de recurență dintre indici (format multiplicativ),

$$I = \frac{a_1 b_1 c_1}{a_0 b_0 c_0} = I^{(a)} \cdot I^{(b)} \cdot I^{(c)} \cdot I^{(a)(b)} \cdot I^{(a)(c)} \cdot I^{(b)(c)} \cdot I^{(a)(b)(c)}$$

Relația de recurență dintre modificările absolute (format aditiv),

$$\Delta = a_1 b_1 c_1 - a_0 b_0 c_0 = \Delta^{(a)} + \Delta^{(b)} + \Delta^{(c)} + \Delta^{(a)(b)} + \Delta^{(a)(c)} + \Delta^{(b)(c)} + \Delta^{(a)(b)(c)}$$

După repartizarea proporțională a modificărilor cauzate de interacțiunea factorilor cu modificările calculate prin substituirea izolată a fiecărui factor, influențele factoriale exprimate în cifre absolute (procedeu derivat în format aditiv) sunt:

- influența factorului „a”,

$$\begin{aligned} \Delta^{(a)} &= \Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) + \\ &+ \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot c_0 + \\ &+ \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(c) \cdot b_0 \end{aligned}$$

- influența factorului „b”,

$$\begin{aligned} \Delta^{(b)} &= \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) + \\ &+ \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot c_0 + \\ &+ \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) \cdot a_0 \end{aligned}$$

- influența factorului „c”,

$$\begin{aligned} \Delta^{(c)} &= \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0 + \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) + \\ &+ \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(c) \cdot b_0 + \\ &+ \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) \cdot a_0 \end{aligned}$$

Metodologia expusă are un conținut riguros, care respectă un principiu de calcul și atribuire proporțională a factorilor de influență ce explică modificarea unui indicator de rezultat al activității economice, sintetic sau complex, obținut prin contribuții secvențiale, dar, în același timp, unitare, a doi sau mai mulți factori, cu grade diferite de importanță. Scopul general al acestei metodologii este acela de a oferi o informație neafectată de principii cu caracter limitat, particulare, cu justificări cărora le pot fi aduse mai mult sau mai puțin contra-argumente suficient de pertinente.

Se menționează că există inconvenientul complexității calculelor, mai dificil de realizat dacă se recurge la o procedură manuală, iar o soluție informatică ar fi pe deplin recomandată.

Studiu de caz, demonstrativ

Se menționează că, pentru a realiza o demonstrație convenabilă, se va aplica procedeul derivat în format aditiv, iar datele statistice care vor fi utilizate sunt convenționale. Indicatorul complex („Y”) supus analizei este prezentat ca produs a unui număr de trei indicatori factori de influență, „a”, „b” și „c”.

Sistemul de date statistice privind dinamica indicatorului „Y” și a factorilor de influență „a”, „b” și „c”.

Tabelul 2

Denumirea indicatorilor	Perioada de bază u.m.	Perioada de calcul u.m.	Indici de dinamică
Indicatorul complex	$Y_0 = a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 = 90$	$Y_1 = a_1 \cdot b_1 \cdot c_1 = 192$	2,13333
Indicatorii factoriali			
<i>a</i>	3	4	1,33333
<i>b</i>	5	6	1,20000
<i>c</i>	6	8	1,33333

Modificarea absolută totală a indicatorului complex, în perioada de calcul comparativ cu perioada de bază este dată de următoarea relație:

$$\Delta = a_1 b_1 c_1 - a_0 b_0 c_0 = 192 - 90 = +102, \text{ din care:}$$

- influența izolată a indicatorului (factorului) „a”

$$\Delta^{(a)} = (a_1 - a_0) \cdot b_0 \cdot c_0 = (4 - 3) \cdot 5 \cdot 6 = +30$$

- influența izolată a indicatorului (factorului) „b”

$$\Delta^{(b)} = (b_1 - b_0) \cdot a_0 \cdot c_0 = (6 - 5) \cdot 3 \cdot 6 = +18$$

- influența izolată a indicatorului (factorului) „c”

$$\Delta^{(c)} = (c_1 - c_0) \cdot a_0 \cdot b_0 = (8 - 6) \cdot 3 \cdot 5 = +30$$

- influența simultană a indicatorilor (interacțiunea factorilor) „a” și „b”

$$\Delta^{(a)(b)} = (a_1 - a_0) \cdot (b_1 - b_0) \cdot c_0 = (4 - 3) \cdot (6 - 5) \cdot 6 = +6$$

- influența simultană a indicatorilor (interacțiunea factorilor) „a” și „c”

$$\Delta^{(a)(c)} = (a_1 - a_0) \cdot (c_1 - c_0) \cdot b_0 = (4 - 3) \cdot (8 - 6) \cdot 5 = +10$$

- influența simultană a indicatorilor (interacțiunea factorilor) „b” și „c”

$$\Delta^{(b)(c)} = (b_1 - b_0) \cdot (c_1 - c_0) \cdot a_0 = (6 - 5) \cdot (8 - 6) \cdot 3 = +6$$

- influența simultană a indicatorilor (interacțiunea factorilor) „a”, „b” și „c”

$$\Delta^{(a)(b)(c)} = (a_1 - a_0) \cdot (b_1 - b_0) \cdot (c_1 - c_0) = (4 - 3) \cdot (6 - 5) \cdot (8 - 6) = +2$$

După aplicarea procedurii de repartizare a interacțiunii factorilor rezultă:

- influența factorului „a”,

$$\begin{aligned} \Delta^{(a)} &= \Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) + \\ &+ \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot c_0 + \\ &+ \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(c) \cdot b_0 = \\ &= 30 + \frac{30}{30+18+30} \cdot 2 + \frac{30}{30+18} \cdot 6 + \frac{30}{30+30} \cdot 10 = \\ &= 30,00000 + 0,76923 + 3,75000 + 5,00000 = +39,51923 \end{aligned}$$

- influența factorului „b”,

$$\begin{aligned} \Delta^{(b)} &= \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) + \\ &+ \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot c_0 + \\ &+ \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) \cdot a_0 = \\ &= 18 + \frac{18}{30+18+30} \cdot 2 + \frac{18}{30+18} \cdot 6 + \frac{18}{18+30} \cdot 6 = \\ &= 18,00000 + 0,46154 + 2,25000 + 2,25000 = 22,96154 \end{aligned}$$

- influența factorului „c”,

$$\begin{aligned}\Delta^{(c)} &= \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0 + \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) + \\ &+ \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(a) \cdot \Delta(c) \cdot b_0 + \\ &+ \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} \cdot \Delta(b) \cdot \Delta(c) \cdot a_0 = \\ &= 30 + \frac{30}{30+18+30} \cdot 2 + \frac{30}{30+30} \cdot 10 + \frac{30}{18+30} \cdot 6 = \\ &= 30,00000 + 0,76923 + 5,00000 + 3,75000 = 39,51923\end{aligned}$$

Pentru a calcula influențele factoriale care au determinat modificarea indicatorului complex, au fost folosiți următorii coeficienți de proporționalitate:

1) pentru repartizarea interacțiunii factorilor a , b și c

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „a”,

$$K(a)bc = \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} = \frac{30}{30+18+30} = 0,384615$$

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „b”,

$$K(a)(b)c = \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} = \frac{18}{30+18+30} = 0,230769$$

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „c”,

$$Kab(c) = \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} = \frac{30}{30+18+30} = 0,384615$$

2) pentru repartizarea interacțiunii factorilor „a” și „b”,

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „a”,

$$K(a)b = \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0} = \frac{30}{30+18} = 0,625$$

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „b”,

$$Ka(b) = \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0} = \frac{18}{30+18} = 0,375$$

3) pentru repartizarea interacțiunii factorilor „a” și „c”,

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „a”,

$$K(a)c = \frac{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} = \frac{30}{30+30} = 0,500$$

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „c”,

$$Ka(c) = \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(a) \cdot b_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} = \frac{30}{30+30} = 0,500$$

-
- 4) pentru repartizarea interacțiunii factorilor „b” și „c”,
- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „b”,

$$K(b)c = \frac{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0}{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} = \frac{18}{18 + 30} = 0,375$$

- coeficientul de proporționalitate al influenței izolate, determinată de modificarea factorului „c”,

$$Kb(c) = \frac{\Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0}{\Delta(b) \cdot a_0 \cdot c_0 + \Delta(c) \cdot a_0 \cdot b_0} = \frac{30}{18 + 30} = 0,625$$

Modificarea absolută totală a indicatorului complex: +102,00000 u.m.
din care:

- influența factorului „a”: +39,51923 u.m.
- influența factorului „b”: +22,96154 u.m.
- influența factorului „c”: +39,51923 u.m.

Pe baza acestor rezultate se conturează următoarele constatări:

- indicatorul complex a înregistrat o creștere în perioada de calcul, comparativ cu nivelul perioadei de bază de 2,1333 ori, respectiv cu 102,000 u.m.;
- factorul „a” a provocat creșterea indicatorului complex „Y” cu 39,51923 u.m., respectiv cu 38,744%;
- factorul „b” justifică creșterea indicatorului complex „Y” cu 22,96154 u.m., respectiv cu 22,511%;
- factorul „c” a provocat creșterea indicatorului complex „Y” cu 39,51923 u.m., respectiv cu 38,744%.

Notă: O situație particularizată pentru un indicator complex, cum ar fi „Cifra de afaceri”, poate fi scrisă în următoarea relație funcțională, $Y = f(a, b, c)$:

Cifra de afaceri (Y) = Viteza de rotație a stocurilor exprimată în număr de rotații (a) x Proporția stocurilor în valoarea activelor circulante (b) x Valoarea activelor circulante (c)

Se precizează că valoarea stocurilor și respectiv valoarea activelor circulante sunt calculate ca valori medii aferente unei perioade de timp, pentru care s-a înregistrat cifra de afaceri.

Bibliografie selectivă

- 1) Andrei T., *Statistică și econometrie*, Editura Economică, București, 2003.
- 2) Baron T., Biji E., Tövissi L., Wagner P., Isaic-Maniu Al., Korka M., Porojan D., *Statistică teoretică și economică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1996.

-
- 3) Calot G., *Cours de statistique descriptive*, Editura DUNOD, Paris, 1965.
 - 4) Desabie J., *Theorie et pratique des sondages*, Statistique et programmes économiques, Volumul 10, Editura DUNOD, Paris, 1966.
 - 5) Dobrescu E., *Ritmul creșterii economice*, Editura Politică, București, 1968.
 - 6) Isaic-Maniu Al., Mitruț C., Voineagu V., *Statistica pentru managementul afacerilor*, Editura Economică, București, 1995.
 - 7) Mihăilescu N., *Analiza activității economico-financiare – Metodologii de cercetare, studii de caz rezolvate pentru fundamentarea deciziilor economico – financiare și teste de cunoștințe*, Editura Transversal, București, 2021.
 - 8) Mihăilescu N., *Statistică și Bazele statistice ale econometriei*, Editura Transversal, București, 2021.
 - 9) Mills F. C., *Statistical Method*, Columbia University Press, New York, 1956.