
Calculul coeficienților de regresie pentru evidențierea riscurilor macroeconomice

Ștefan Gabriel DUMBRAVĂ PhD Student (stefan.dumbrava@gmail.com)

Bucharest University of Economic Studies

Alexandra PETRE PhD Student (alexandra.olteanu.s1@anaf.ro)

Bucharest University of Economic Studies

Alina Eliza DABIJA PhD Student (dabija_eliza@yahoo.com)

Craiova University

Abstract

Activitatea macroeconomică se desfășoară pe baza unei strategii, a unui program care, de regulă, este stabilit de managementul macroeconomic al oricărei țări și care se desfășoară ținând seama de proporțiile și corelațiile care trebuie să subziste în cadrul structurii macroeconomice, în vederea menținerii unei macrostabilități, singura care elimină riscurile care se pot manifesta.

Riscurile care există sunt previzibile într-o anumită direcție, dar ele trebuie analizate, cunoscute și, eventual, evaluate valorile pe care le pot înregistra și efectele pe care le pot avea asupra creșterii economice.

În acest sens, se calculează coeficienții de regresie pe baza unor funcții în care variabile sunt rezultatul macroeconomic, respectiv PIB ca variabilă rezultativă și riscurile identificate ca variabile factoriale, care pot avea o influență asupra modificării produsului intern brut.

Obiectivul a fost tocmai acesta de a stabili coeficienții de regresie și, pe baza lor, să se anticipeze efectele riscurilor previzibile asupra rezultatelor macroeconomice.

Din punct de vedere al metodologiei am utilizat indicatorii statistici, analiza în dinamică, studiul structural al economiei naționale precum și alte metode statistico-econometrice cum ar fi funcția de regresie, pe baza căreia am obținut parametrii (coeficienții de influență asupra riscurilor) asupra rezultatelor macroeconomice.

Scopul acestei lucrări este de a dezvolta un cadru unificat și de mare aversiune la gradul de risc care include noțiuni curente, precum și o serie de aspecte care au efect asupra rezultatelor macroeconomice.

Cuvinte cheie: *coeficienți, variabile, proporții, corelații, macrostabilitate, riscuri.*

Clasificarea JEL: *C10, E10.*

Introducere

În acest articol, *Calculul coeficienților de regresie pentru evidențierea riscurilor macroeconomice*, autorii au avut în vedere ca, pe baza datelor de care au dispus și pe care le-au interpretat, să stabilească parametrii asociați fiecărui risc, care au o contribuție, o influență, asupra evoluției Produsului Intern Brut.

Astfel, au fost prezentate o serie de rezultate ale unor cercetători, cu referire la calculul acestor parametri, s-a analizat pe larg conceptul de bază cu privire la modelarea preferințelor individuale față de risc și în cadrul acestuia autorii au precizat necesitatea de a interveni acolo și atunci când se impune.

Este clar că în cazul acestor coeficienți sub care riscurile pot acționa asupra Produsului Intern Brut (rezultatelor macroeconomice) trebuie să abordăm situația probabilistic. Astfel, pentru a înțelege modul probabilistic în care trebuie analizate și interpretate datele, autorii au luat și au considerat o serie de exemple din care s-a desprins concluzia că probabilitatea sugerează o modalitate de exprimare a faptului că majoritatea celor interesați preferă o variantă în care efectul riscurilor să fie cât mai mic.

Parcurgând întreaga situație înregistrată, ne-am referit și la definiția și caracterizarea aversiunii față de risc, în care am arătat că investitorii, de fiecare dată când trebuie să ia o decizie în sensul plasării activelor financiare pe piața de capital, trebuie să aibă în vedere și o serie de elemente cu privire la riscurile care pot apărea și influența dezvoltarea economică.

Funcțiile și relațiile stabilite în cadrul acestui articol sunt edificatoare în legătură cu modalitățile practice prin care trebuie să se calculeze coeficienții de regresie, care pun în relief riscurile care se pot manifesta asupra rezultatelor macroeconomice.

Literature review

Activitatea macroeconomică este afectată de apariția riscurilor. Previziunea apariției riscurilor macroeconomice se studiază cu ajutorul modelelor statistico-econometrice, sens în care se calculează coeficienții/parametrii de regresie. Astfel, Andrei, T. (2005) face referiri la regresie și parametrii de regresie în lucrarea *Statistica și econometrie*, iar Anghelache, C. și alții (2020) publică o lucrare referitoare la econometrie aplicată în studiile macroeconomice. Bardsen, G. și alții (2005) au publicat un studiu dedicat modelelor macroeconomice utilizate în studiile macroeconomice, în timp ce Chow, G.C (1960) a publicat o amplă lucrare referitoare la testarea între setul de coeficienți în două regresii liniare. De asemenea, Christ, CF (1966) a publicat o lucrare referitoare la metodele și modelele aplicabile în studiile macroeconomice. Ewing, B.T.(2003) și alții au tratat în studiul lor

aspecte privitoare la modelarea curbei Philips și aplicarea acesteia în studiile macroeconomice. Lee, A.Y. și Aaker, J.L. (2006) au abordat o serie de aspecte privind utilizarea modelului Monte Carlo în studiul regresiei de creștere economică, iar Mizon, G.E (1995) a publicat o lucrare dedicată modelul progresiv de analiză macroeconomică. Șerban, G. și alții (2009) a abordat într-un studiu complex aspectele privind modelele utilizate în prevenirea riscurilor bancare iar Stancu, S. (2002) a studiat competiția de piață și echilibrul economic, în care s-a referit și la utilizarea modelului de regresie în evidențierea riscurilor macroeconomice, iar Taylor, J.B, (1979) a studiat și publicat o lucrare privind estimarea și controlul unui model macroeconomic pentru previziuni.

Metodologie, date, rezultate și discuții

Atitudinile de risc de ordin superior sunt legate de momentele de risc de ordin superior și sunt caracterizate fără echivoc de semnele și nivelurile derivatelor de ordin superior ale funcțiilor de utilitate. Spre deosebire de direcția de aversiune la nivel de risc mai mare, intensitatea aversiunii de risc mai mare dincolo de măsura Arrow–Pratt a aversiunii absolute la risc este departe de a fi concludentă.

Scopul acestei lucrări este de a dezvolta un cadru unificat de mai mare aversiune la gradul de risc mixt în tradiția Arrow-Pratt, care include multe noțiuni concurente de aversiune de risc mai mare (absolută) propuse în literatura de specialitate ca cazuri speciale. Sunt studiate proprietățile de aversiune la riscuri mixte de grad mai mare, se stabilește o caracterizare bazată pe alegere și sunt prezentate mai multe aplicații.

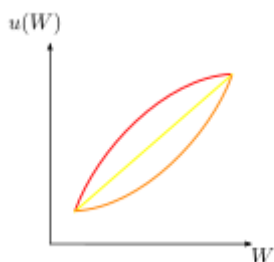
Datorită importanței aversiunii față de risc în luarea deciziilor în condiții de incertitudine, merită pentru o mai bună înțelegere ne-am aplecat mai întâi asupra perspectivei istorice despre dezvoltarea sa și pentru a vedea cum economiști și oameni de știință au elaborat progresiv instrumentele și concepte pe care le folosim acum pentru a analiza alegerile riscante.

În economie și finanțe, aversiunea la risc este comportamentul firesc al oamenilor (în special consumatorilor și investitorilor), care atunci când sunt expuși la incertitudine, încearcă să reducă această incertitudine. Este corect să menționăm că măsura aversiunii absolute față de risc a fost descoperită independent de Arrow (1963) și de Finetti (1952).

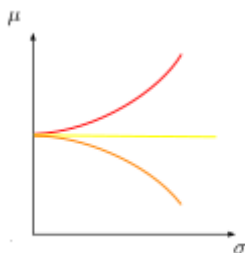
Teoria Pratt este de departe cea mai avansată în definirea noțiunilor de creștere a aversiunii față de risc și de scădere a aversiunii absolute față de risc.

Aversiunea la risc (roșu) a contrastat cu neutralitatea riscului (galben) și iubirea de risc (portocaliu) în diferite setări.

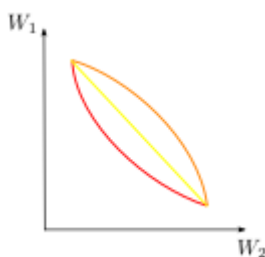
În graficul de mai jos avem o funcție de utilitate inversă a riscului care este concavă (de jos), în timp ce o funcție de utilitate iubitoare de risc este convexă.



În graficul următor, în spațiul valorii estimate de deviație standard, curbele de indiferență averse sunt înclinate în sus.



În graficul următor se evidențiază probabilitățile fixe a două stări alternative 1 și 2, curbele de indiferență aversă ale riscului asupra perechilor de rezultate ale contingentului de stat sunt convexe.



Un nou concept de atitudine față de risc care definește aversiunea față de risc a fost introdus de Segal și Spivak.

Analizăm aversiunea comparativă la risc într-un mod nou, printr-o problemă statică comparativă în care, pentru un cost, agenții pot trece de la o distribuție inițială a probabilității la o distribuție preferată.

Atunci când distribuția inițială este mai riscantă decât distribuția preferată, iar costul este monetar, Ross a contestat că $A = -u''/u'$ este o măsură bună a gradului aversiunii față de risc a unui agent, spre deosebire de caracterizarea Arrow-Pratt care apare atunci când distribuția inițială diferă de distribuția preferată printr-o simplă distribuție care păstrează media și costul ca utilitate.

Creșterea ordinii superioare a riscului duce la generalizări de ordin superior, iar metoda statisticii comparative produce o abordare unificată a problemei atitudinilor comparative cu riscul.

Kihlstrom, Romer și Williams (1981) și Nachman (1982) au arătat că, dacă bogăția inițială este incertă, nu este adevărat că un agent v , care este mai avers față de risc decât un alt agent u în sensul lui Arrow-Pratt este gata să plătească mai mult pentru a scăpa de un alt risc. Ross (1981) a precizat condițiile de la u și v care implică faptul că $\Pi_v \geq \Pi_u$, chiar și atunci când averea inițială este neclară și potențial corelată cu riscul sub control. Aceste condiții sunt, desigur, mai puternice decât $A_v \geq A_u$.

Există multe dovezi empirice contradictorii cu privire la forma averii riscului relativ ca o funcție a bogăției. Mai puțini autori au examinat dacă R ar putea crește sau scade bogăția. Calculele tipice ale valorii la risc (VAR) implică probabilitățile de pierderi extreme, bazate pe distribuțiile statistice ale prețurilor de pe piață. Aceste pierderi pot avea două evaluări economice foarte diferite, în funcție de condițiile de afaceri. Vă propunem o măsură VAR nonparametrică, care să includă evaluarea economică în funcție de densitatea de preț a statului asociată cu procesele de preț subiacente.

Densitatea prețului de stat produce valori VAR care sunt ajustate pentru aversiunea la risc, preferințele de timp și alte variații ale evaluării economice. În contextul unui model reprezentativ de echilibru al agentului, construim un estimator al coeficientului de aversiune la risc care este implicat de observațiile comune asupra secțiunii transversale a prețurilor de opțiuni și a seriei de timp a valorilor activelor subiacente.

Se impune să analizăm conceptul de bază cu privire la modelarea preferințelor individuale în fața riscului. Ca și în cazul oricărei științe sociale, este dificil să identificăm evoluția certă a fenomenului economic și aproape imposibil să modelăm multe tendințe umane naturale. Cu toate acestea, putem dezvolta o modalitate sistematică de a vedea alegerile făcute neconforme.

Modelele pot capta tendințele umane de bază, suficiente pentru a fi utile în înțelegerea comportamentului pieței față de risc.

Cu alte cuvinte, chiar dacă nu suntem exacți în prezicerea comportamentului la risc pentru fiecare persoană în orice circumstanță, putem totuși să exprimăm concepte generale despre un astfel de comportament și putem să facem previziuni pe piață, care se bazează, în fond, pe consumatorul marginal.

Pentru a folosi limbajul matematic înțelegerea este o condiție necesară, dar nu suficientă pentru a merge mai departe în analiză. Datorită importanței aversiunii față de risc în luarea deciziilor în condiții de incertitudine, merită să avem o perspectivă asupra dezvoltării sale și să indicăm modul în care economiștii și oamenii de știință au elaborat progresiv instrumentele și conceptele pe care le folosim acum pentru a analiza opțiunile de risc.

Un progres important în analiza deciziilor în condiții de risc a fost realizat atunci când Daniel Bernoulli, un renumit matematician elvețian, a scris, în 1738 la St Petersburg, o lucrare în limba latină intitulată *Expunerea unei noi teorii privind măsurarea riscului*. Cartea lui Bernoulli, tradusă în limba engleză, este în esență non-tehnică. Scopul principal a fost acela de a arăta că doi agenți care se confruntă cu aceeași situație o pot percepe diferențiat datorită percepțiilor lor psihologice diferite.

La aceea vreme această idee era destul de nouă, întrucât oamenii de știință celebri înainte de Bernoulli, printre care Pascal și Fermat, au susținut că valoarea unei loterii ar trebui să fie egală cu așteptările matematice și, prin urmare, identică pentru toți oamenii, independent de atitudinea lor față de risc.

Pentru a-și justifica ideile, Bernoulli, a folosit trei exemple. Unul dintre ei, Paradoxul de la St Petersburg care este faimos, încă de actualitate, dezbătut în cercurile științifice, fiind descris chiar și în cele mai recente texte de finanțe și microeconomie.

Un agent economic deține bunuri în valoare totală de 4000 de euro și, în plus, deține mărfuri de 8000 de euro în alte țări străine, de unde pot fi transportate numai pe mare.

În limbajul modern, am spune că firma se confruntă cu un risc pentru activele sale.

Aceste active pot fi asigurate la o firmă de asigurări la o valoare de 4000 de euro cu probabilitate $\frac{1}{2}$ dacă apare riscul sau la o valoare de 12 000 euro cu probabilitate $\frac{1}{2}$ la apariția riscului.

Așteptarea sa matematică este dată de relația:

$$Ex = \frac{1}{2}4000 + \frac{1}{2} 12\ 000 = 8000 \text{ euro.} \quad (1)$$

Agentul economic decide să dividă riscul și hotărăște să împartă marfa în mod egal și să o transporte cu doua societăți maritime diferite.

Presupunând că cele două societăți maritime angajate folosesc cargouri ce urmează rute de transport diferite, dar la fel de periculoase, putem spune că firma se confruntă acum cu risc diversificat distribuit ca:

$$(4000, \frac{1}{4}; 8000, \frac{1}{2}; 12000, \frac{1}{4}) \quad (2)$$

În situația în care ambele cargouri se scufundă, firma va rămâne doar cu activele inițiale în valoare de 4000 de euro. Deoarece cele două riscuri sunt independente, probabilitatea producerii celor două evenimente comune este egală cu produsul evenimentelor individuale, adică $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$.

În mod similar, cu o probabilitate $\frac{1}{4}$, dacă ambele cargouri ajung cu mărfurile la destinație, valoarea finală a profitului se ridică la 12000 euro. În cele din urmă, există posibilitatea ca doar un singur cargou să reușească descărcarea mărfurilor în condiții de siguranță, caz în care se obține doar jumătate din profit.

Valoarea finală s-ar ridica în acest caz la 8000 de euro. Probabilitatea producerii acestui eveniment este $\frac{1}{2}$ deoarece este complementul celorlalte două evenimente care au fiecare o probabilitate de $\frac{1}{4}$.

Din moment ce judecata comună sugerează că diversificarea este o idee bună, ne-am așteptat ca valoarea atașată lui y să depășească valoarea atribuită lui x . Cu toate acestea, dacă vom calcula profitul așteptat, obținem următoarea valoare:

$$E_y = \frac{1}{4}4000 + \frac{1}{2}8000 + \frac{1}{4}12\,000 = 8000 \text{ euro}, \quad (3)$$

Dacă societatea ar măsura ex-ante profitul său prognozat, acesta ar trebui să fie indiferent dacă ea decide să diversifice riscul sau nu. În lumina exemplului dat de Bernoulli, agentul obține același profit prognozat în cazul asigurării mărfurilor la o firmă de asigurări, chiar dacă majoritatea oamenilor ar găsi mai atractivă varianta y decât x .

Prin urmare, potrivit lui Bernoulli și a teoriei riscului modern, așteptarea matematică a unei asigurări nu este o măsură adecvată a valorii ei. Bernoulli sugerează o modalitate de exprimare a faptului că majoritatea oamenilor preferă varianta y în detrimentul variantei x , iar asigurările ar trebui să fie evaluate în funcție de utilitatea așteptată pe care o oferă.

În loc să calculăm așteptările rezultatelor monetare, ar trebui să folosim așteptarea utilității asigurării. Observăm că majoritatea oamenilor

nu extrag utilitatea din avere/active. Mai degrabă, ei extrag utilitatea din consumul de bunuri care pot fi achiziționate cu această avere.

Viziunea principală a lui Bernoulli era de a sugera existența unei relații neliniare între avere și utilitatea consumării acesteia.

Ceea ce contează în ultimă instanță pentru decizia ex-post este câtă satisfacție se poate obține cu rezultatul monetar, mai degrabă decât rezultatul monetar în sine. Trebuie să existe o relație între rezultatul monetar și gradul de satisfacție generat de acesta.

Această relație se caracterizează printr-o funcție de utilitate u , care pentru fiecare nivel de avere x ne spune nivelul satisfacției sau utilității $u(x)$ atins de agentul cu această avere. Desigur, acest nivel al satisfacției derivă din bunurile și serviciile pe care decidenții le pot achiziționa cu o valoare a averii x .

Deși rezultatele în sine sunt obiective, utilitatea lor este subiectivă și specifică fiecărui factor de decizie, în funcție de gusturile și preferințele sale. Deși funcția u transformă rezultatul obiectiv x într-o percepție $u(x)$ de către individ, această transformare se presupune că prezintă anumite proprietăți de bază ale comportamentului rațional. De exemplu, un nivel mai mare al lui x , mai multă avere, ar trebui să determine un nivel mai ridicat de utilitate: deci funcția ar trebui să crească în x .

Chiar și pentru cineva care este foarte altruist, un x mai mare, înseamnă mai multă avere. Funcțiile de utilitate indirectă din microeconomie, în principal utilitatea peste seturile bugetare, mai degrabă decât peste pachetele de bunuri și servicii, pot considera $u(x)$ ca o utilitate indispensabilă indirectă a averii, dacă presupunem că prețurile pentru bunuri și servicii sunt fixe. Cu alte cuvinte, ne putem gândi la $u(x)$ ca cel mai înalt nivel de utilitate realizat din pachete de bunuri care sunt accesibile atunci când venitul nostru este x .

Bernoulli argumentează că, în cazul în care utilitatea u este atât în creștere, cât și concavă în rezultatul x , atunci averea y va avea o valoare mai mare decât averea x , în conformitate cu intuiția.

O funcție de două ori diferențiată u este concavă dacă și numai dacă al doilea derivat este negativ, adică dacă utilitatea marginală $u'(x)$ scade în x^2 .

Pentru a ilustra acest punct, să luăm în considerare un exemplu specific de utilitate funcția, cum ar fi $u(x) = \sqrt{x}$, care este o funcție crescătoare și concavă a lui x . Folosind aceste preferințe în decizia agentului economic, putem determina așteptarea $u(x)$:

$$Eu(x) = \frac{1}{2}\sqrt{4000} + \frac{1}{2}\sqrt{1200} = 86.4 \quad (4)$$

$$Eu(y) = \frac{1}{4}\sqrt{4000} + \frac{1}{2}\sqrt{8000} + \frac{1}{4}\sqrt{1200} = 87.9 \quad (5)$$

Deoarece y generează o utilitate așteptată mai mare decât x , aceasta va fi cea preferată de decident. Putem încerca să folosim alte funcții de utilitate concave, altele decât funcția pătrate-rădăcină, pentru a obține același tip de rezultat.

În continuare, formalizăm acest rezultat și observăm că: concavitatea relației dintre avere (x) și satisfacție/utilitate (u) este o presupunere destul de naturală. Înseamnă pur și simplu că utilitatea marginală a averii scade cu bogăția.

În exemplul lui Bernoulli, diversificarea generează un transfer mediu de avere între evenimentele extreme și media. Transferând o anumită greutate de probabilitate de la $x = 4000$ la $x = 8000$ crește utilitatea așteptată.

Fiecare unitate de probabilitate transferată generează o creștere a utilității așteptate egalând $u(8000) - u(4000)$. Dimpotrivă, transferarea unei ponderi de probabilitate de la $x = 12\,000$ la $x = 8000$ reduce utilitatea așteptată. Fiecare unitate de probabilitate transferată dă o reducere a utilității așteptate egală cu $u(12000) - u(8000)$.

Dar concavitatea lui u implică:

$$u(8000) - u(4000) > u(12000) - u(8000), \quad (6)$$

adică efectul pozitiv al acestor transferuri combinate trebuie să domine efectul negativ. Acesta este motivul pentru care toți investitorii cu o utilitate concavă ar sprijini strategia agentului economic de a diversifica riscurile.

• *Definiția și caracterizarea aversiunii față de risc*

Presupunem că factorul de decizie, planifică doar pentru o singură perioadă, ceea ce înseamnă că el utilizează imediat resursele pentru a achiziționa și consuma bunuri și servicii. Activul final provine din resursele inițiale w corectat cu rezultatul oricărui risc suportat în timpul tranziției.

Putem preciza că dacă un agent avers față de risc este avertizat asupra acestuia, indiferent de nivelul resurselor w , nu va opta pentru varianta care îi va aduce profit zero:

$$Ez = 0, Eu(w + z) \leq u(w). \quad (7)$$

Observăm că orice firmă de asigurări z cu un câștig așteptat, diferit de zero, poate fi descompusă în câștigul său așteptat Ez și o asigurare zero $z-Ez$.

Astfel, din definiția noastră, un agent avers față de risc preferă întotdeauna să primească cu certitudine rezultatul așteptat al unei situații mai mult decât provocarea în sine. Pentru un maximizator de utilitate așteptat cu funcția de utilitate u , aceasta implică faptul că, pentru orice asigurare z și pentru orice avere inițială w

$$Eu(w+z) \leq u(w+Ez) \quad (8)$$

Dacă luăm în considerare decizia agentului economic, în cazul transportării mărfurilor cu un singur cargo, averea inițială w este egală cu 4000, iar profitul Z ia valoarea 8000 dacă marfa ajunge cu bine la destinație sau 0 în situația în care aceasta se pierde, ambele situații cu probabilități egale de producere.

Plecând de la premiza că agentul economic – decident este avers față de risc, atunci trebuie să urmeze:

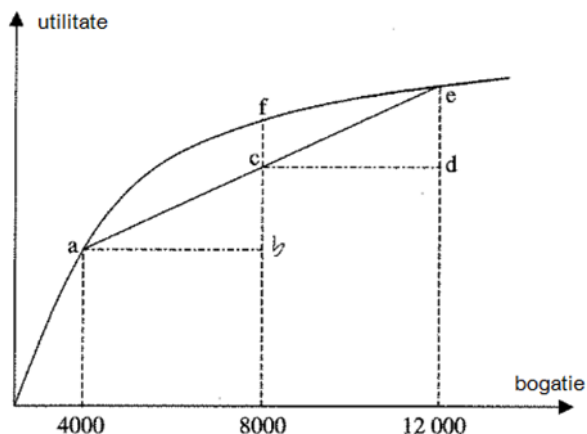
$$\frac{1}{2}u(12000) + \frac{1}{2}u(4000) \leq u(8000) \quad (9)$$

În cazul în care firma ar putea găsi o companie de asigurări care ar oferi o asigurare completă la un preț actuarial echitabil de $Ez = 4000$ de euro, ar fi mai bine să se încheie o astfel de poliță de asigurare.

Observăm cum inegalitatea de mai sus este verificată în figura următoare.

Măsurarea utilității așteptate (4000, $\frac{1}{2}$:12000, $\frac{1}{2}$)

Figura 1



Partea dreaptă a inegalității este reprezentată de punctul f pe curba utilității u . Partea stângă a inegalității este reprezentată de punctul intermediar pe arc ae , adică prin punctul c . Acest lucru poate fi imediat verificat observând că cele două triunghiuri abc și cde sunt echivalente, deoarece au aceeași bază și aceleași unghiuri. Observăm că f este mai presus de c : ex ante, bunăstarea derivată din loteria z este mai mică decât bunăstarea obținută dacă s-ar obține siguranța cuvenită a plății anticipate Ez .

Pe scurt, decidentul nostru nu se poate confrunta cu riscuri. Intuiția rezultatului este foarte simplă: dacă utilitatea marginală este în scădere, atunci pierderea de 4000 de Euro reduce utilitatea mai mult decât creșterea utilității generată de câștigul potențial de 4000 de Euro. Văzută ex ante, utilitatea așteptată este redusă de către aceștia la fel de ponderați rezultatele potențiale.

Este demn de remarcat faptul că Ecuatiile (7) și (9) sunt identice. Preferința către diversificare este echivalentă în mod intrinsec cu aversiunea față de risc, cel puțin în cazul modelul Bernoullian de utilitate așteptată.

Folosind argumentul opus, se poate arăta cu ușurință că, dacă u este convex, inegalitatea din (8) va fi inversată. Prin urmare, factorul de decizie preferă riscul în detrimentul așteptărilor sale matematice și el dezvăluie în acest fel înclinația sa de a-și asuma riscul. Câte comportamente individuale vor fi menționate ca fiind iubitoare de risc. În cele din urmă, dacă u este liniară, atunci bunăstarea Eu este liniară în câștigul așteptat al riscurilor. Într-adevăr, dacă $u(x) = a + bx$ pentru orice x , atunci avem:

$$Eu(w + z) = E[a + b(w + z)] = a + b(w + Ez) = u(w + Ez), \quad (10)$$

ceea ce implică faptul că decidentul clasifică riscurile în funcție de rezultatul așteptat. Comportamentul acestui individ se numește risc neutru.

În următoarea propoziție, demonstrăm în mod formal că inegalitatea (8) este valabilă pentru orice z și orice avere inițială w dacă și numai dacă u este concavă.

Considerăm ca un factor de decizie cu funcție utilitară u este riscul de a evita, adică inegalitatea (8) este valabilă pentru orice w și z , dacă și numai dacă u este concavă.

Dovada suficienței se bazează pe o extindere Taylor de-a doua ordine a lui $u(w + z)$ în jurul $w + Ez$. Pentru orice z , acest randament:

$$u(w + z) = u(w + Ez) + (z - Ez)u'(w + Ez) + \frac{1}{2}(z - Ez)^2 u''(S(z)) \quad (11)$$

pentru unele $S(z)$ între z și Ez . Deoarece acest lucru trebuie să fie adevărat pentru orice z , rezultă că așteptarea $u(w + z)$ este egală cu:

$$Eu(w+z) = u(w+Ez) + u'(w+Ez)E(z-Ez) + \frac{1}{2}E[(z-Ez)^2 u''(S(z))] \quad (12)$$

Observăm acum că cel de-al doilea termen al părții din dreapta de mai sus este zero, deoarece $E(z-Ez) = Ez - Ez = 0$. În plus, dacă u'' este uniform negativ, atunci al treilea termen ia așteptarea unei variabile aleatoare $(z-Ez)^2 u''(S(z))$ care este întotdeauna negativă, deoarece este rezultatul unui scalar pătrat și negativ u'' . Prin urmare, suma acestor trei termeni este mai mică decât $u(w+Ez)$. Aceasta dovedește suficiență.

Necesitatea este dovedită prin contradicție. Să presupunem că u nu este concavă. Atunci acolo trebuie să existe valori ale lui w și $m > 0$ pentru care $u''(x)$ este pozitiv în intervalul $[w-m, w+m]$. Considerând un risc mic apropiat de zero, n , înseamnă că susținerea bogăției finale $w+n$ este în totalitate determinată $(w-m, w+m)$. Folosind aceeași expansiune Taylor ca și în modul de calcul anterior, obținem randamentul:

$$Eu(w+n) = u(w) + \frac{1}{2}E[n^2 u''(S(n))] \quad (13)$$

Pentru că $S(n)$ are un suport care este conținut în $[w-m, w+m]$ unde u este convex local, $u''(S(n))$ este pozitiv pentru toate realizările lui n .

În consecință rezultă că: $E[n^2 u''(S(n))]$ este pozitiv, iar $Eu(w+n)$ este mai mare decât $u(w)$. Prin urmare, acceptarea situației n cu zero valori de creștere a bunăstării, când factorul de decizie nu este avers, reprezintă o contradicție.

Propunerea de mai sus nu este altceva decât o rescriere a faimoasei inegalități Jensen. Luam în considerare orice funcție cu valoare reală ϕ . Inegalitatea lui Jensen afirmă că $E\phi(y)$ este mai mică decât $\phi(Ey)$ pentru orice variabilă aleatoare y dacă și numai if ϕ , este o funcție concavă. Ea construiește o punte între două definiții alternative ale concavității u : negativitatea u'' și proprietatea că orice arc care leagă două puncte de curba u trebuie să se situeze sub această curbă. Figura de mai sus ilustrează acest punct. Este intuitiv că scăderea utilității marginale ($u'' < 0$) înseamnă aversiunea față de risc. Într-o lume sigură, scăderea utilității marginale înseamnă o creștere a averii cu 100 de euro care are un efect pozitiv asupra utilității care este mai mică decât efectul unei reduceri a averii cu 100 de euro.

Într-o lume nesigură, introducerea riscului de a câștiga sau de a pierde 100 de euro cu probabilitate egală va avea un impact negativ net asupra utilității așteptate. În așteptare, beneficiul perspectivei de a câștiga 100 de euro este supraestimat de costul perspectivei de a pierde 100 de euro cu aceiași probabilități. În ultimele două decenii, mulți cercetători proeminenți în domeniu au contestat ideea că aversiunea față de risc vine

numai din scăderea utilității marginale, ideea conform căreia ar trebui să existe o legătură între cele două.

• ***Nivelul de risc premium și echivalența certitudinii***

Un agent de avertizare a riscului este un agent care nu dorește riscuri zero. Calificatorul zero mean este foarte important. Un agent de avertizare de risc ar putea dori loteriile riscante, dacă câștigurile așteptate pe care le produc sunt destul de mari. Investitorii care se confruntă cu risc pot dori să achiziționeze active riscante dacă randamentele preconizate depășesc rata fără risc. Persoanele care se confruntă cu risc nu pot dori să cumpere asigurări dacă sunt prea costisitoare pentru a le achiziționa. Pentru a determina compromisul optim între câștigul așteptat și gradul de risc, este utilă cuantificarea efectului riscului asupra bunăstării.

Acest lucru este util în special atunci când agentul subrogă decizia riscantă pentru alții, așa cum este cazul când luăm în considerare, de exemplu, politica de siguranță publică sau gestionarea portofoliului de către fondurile de pensii. Este important să cuantificăm gradul de aversiune față de risc, pentru a ajuta oamenii să cunoască mai bine și să ia decizii mai bune în fața incertitudinii. Cea mai mare parte a acestei lucrări se referă tocmai la această problemă. În mod evident, oamenii au atitudini diferite față de riscuri. Unii sunt gata să cheltuiască mai mulți bani decât alții pentru a scăpa de un risc specific.

O modalitate de măsurare a gradul de aversiune față de risc a unui agent este să-l întrebi cât este dispus să plătească pentru a scăpa de un risc zero. Întrebarea va fi menționată drept prima de risc fl asociată cu acest risc. Pentru un agent cu funcție de utilitate u și avere inițială w , prima de risc trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

$$Eu(w+z) = u(w - \Pi) \quad (14)$$

Agentul ajunge la aceeași bunăstare fie prin acceptarea riscului, fie prin plata primei de risc fl . Când riscul Z are o așteptare care diferă de zero, de obicei folosim conceptul de echivalent de certitudine. Echivalentul de certitudine al riscului Z este cu siguranță creșterea avuției care are același efect.

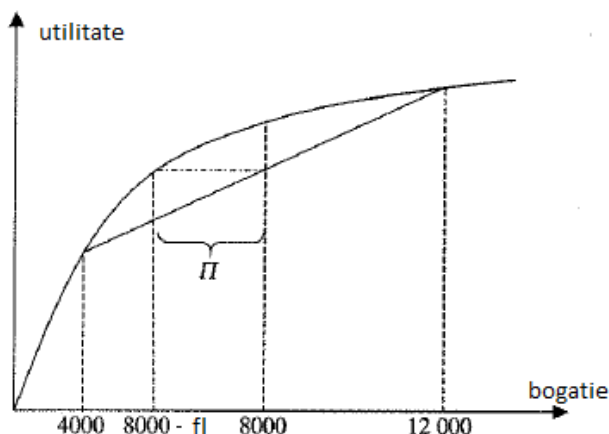
$$Eu(w+z) = u(w + e) \quad (15)$$

Când Z are o valoare zero, comparând relațiile (14) și (15) implică faptul că echivalentul de certitudine al lui Z este egal cu minusul primei sale de risc fl .

O consecință directă a relației (8) este că prima de risc π este non-negativă. În figura 2, măsurăm π pentru riscul $(-4000, \frac{1}{2}, 4000, \frac{1}{2})$ pentru averea inițială $w = 8000$. Observăm mai întâi că riscul prima este zero când u este liniară și este non-positivă atunci când este - convexă.

Măsurarea primei de risc π a riscului $(-4000, \frac{1}{2}, 4000, \frac{1}{2})$

Figura 2



când averea inițială este $w=8000$

O proprietate foarte convenabilă a primei de risc este aceea că este măsurată în aceleași unități ca și bogăția, respectiv în euro, în cazul agentului nostru economic. Măsura satisfacției sau utilității este greu de comparat între diferiți indivizi.

Prima de risc este o funcție complexă a distribuției lui Z a avuției inițiale w și a funcției utilitare u . Putem estima suma pe care agentul este gata să o plătească pentru eliminarea riscului, prin examinarea riscurilor mici. Presupunem că $Ez = 0$.

Folosind o aproximare Taylor de ordinul doi și de prima ordine pentru partea stângă și partea dreaptă a ecuației (14), obținem că:

$$u(w - \Pi) \cong u(w) - \Pi u'(w) \quad \text{și}$$

$$Eu(w + z) \cong E[u(w) + zu'(w) + \frac{1}{2} z^2 u''(z)]$$

$$= u(w) + u'(w)Ez + \frac{1}{2} u''(w)Ez^2$$

$$= u(w) + \frac{1}{2} n^2 u''(w),$$

unde $Ez = 0$ și $n^2 = E z^2$ este variația rezultatului. Înlocuirea acestor două aproximări în ecuația (14) determină randamente că $Ez = 0$.

$$\Pi \cong \frac{1}{2} m^2 A(w), \quad (16)$$

unde funcția A este definită ca:

$$A(w) = \frac{-u''(w)}{u'(w)} \quad (17)$$

Sub aversiunea față de risc, funcția A este pozitivă. Ar fi zero sau negativ pentru un agent neutru la risc sau care iubesc riscul. Notăm în continuare funcția $A(-)$ ca fiind gradul absolut al aversiunii riscului. Din punctul 16, vedem că prima de risc asociat cu riscul pentru un agent cu avere w este aproximativ egal cu jumătate din produsul varianței Z și gradul de aversiune a riscului absolut al agentului evaluat la w .

Ecuația (16) este cunoscută ca aproximarea Arrow-Pratt, așa cum a fost dezvoltată independent de Arrow (1963) și Pratt (1964).

Costul riscului, măsurat prin prima de risc, este aproximativ proporțional cu variația câștigurilor sale. Astfel, varianța poate părea a fi o măsură bună a gradului de risc al unei loterii. Această observație a determinat mulți cercetători să utilizeze un criteriu de decizie de variație medie pentru modelarea comportamentului sub risc. Într-un model de variație medie, presupunem că atitudinile individuale față de risc depind nu numai de media și de variația riscurilor subiacente. Valoarea acestor valori depinde de gradul de acuratețe al aproximării (16), și poate fi considerată ca fiind o problemă foarte mică sau prea mare.

În astfel de cazuri, abordarea medie a varianței pentru deciziile cu risc, care a jucat un rol istoric foarte important în dezvoltarea teoriei finanțelor, poate fi văzută ca un caz special al teoriei utilității așteptate.

În cele mai multe cazuri însă, prima de risc asociată cu orice risc mare va depinde, de asemenea, de celelalte momente ale distribuției riscului, nu doar de media și varianța acestuia. De exemplu, pare intuitiv dacă X este sau nu distribuit simetric cu privire la aspectele sale medii pentru determinarea primei de risc. Gradul de ascundere (adică cel de-al treilea moment) ar putea afecta foarte bine dorința unui risc. Prin urmare, două riscuri cu aceeași medie și varianță, dar una cu o distribuție care este înclinată în dreapta și cealaltă cu o distribuție care este înclinată spre stânga, nu ar trebui să fie așteptată să aibă

neapărat aceeași primă de risc. Un argument similar poate fi făcut și despre kurtoza (al patrulea moment), care este legată de masa de probabilitate din cozile distribuției.

În acest stadiu, trebuie remarcat faptul că, cel puțin pentru riscuri mici, prima de risc crește cu mărimea riscului proporțional cu pătratul de această dimensiune. Pentru a vedea acest lucru, să presupunem că $z = ks$, cu $Es = 0$. Parametrul k poate fi interpretat ca fiind o măsură a riscului. Atunci când k tinde la zero, riscul devine foarte mic.

Desigur, prima de risc este o funcție a mărimii riscului. Ne putem aștepta ca această funcție $\Pi(k)$ să crească cerneala. Suntem interesați să descriem forma funcțională care leagă prima de risc Π de dimensiunea k a riscului. Deoarece varianța z este egală cu k^2 ori varianța lui s ,⁴ obținem acest lucru:

$$\Pi \cong \frac{1}{2} k^2 m_n^2 A(w),$$

adică prima de risc este aproximativ proporțională cu pătratul mărimii riscului. Din această observație putem concluziona în mod direct că nu numai $\Pi(k)$ se apropie de zero, deoarece k se apropie de zero, dar și $\Pi'(0) = 0$. Aceasta este o proprietate importantă a teoriei utilității așteptate.

La margine, acceptarea unui risc mic, sau zero, nu are niciun efect asupra bunăstării agenților care evită riscul. Spunem că aversiunea față de risc este un fenomen de ordinul doi. Proprietatea Tois în modelele generale, care nu se limitează la utilitatea așteptată, se numește aversiune de risc secundară. Cu modelul de utilitate așteptat, această proprietate se bazează pe prezumția că funcția de utilitate este diferențiată. Maximizatorii de utilitate așteptați, sunt toți risc neutri.

Dacă funcția de utilitate este diferențiată, prima de risc tinde la zero ca pătrat al mărimii riscului.

În continuare, vom arăta că $\Pi'(0) = 0$, așa cum este sugerat de aproximarea Arrow-Pratt în comentariile noastre de mai sus. Relația dintre Π și k poate fi obținută prin diferențierea completă a ecuației :

$$E_u(w + ks) = u(w - \Pi(k)), \text{ cu privire la } k.$$

Acest randament:

$$\Pi'(k) = \frac{E s u'(w + ks)}{u'(w - \Pi(k))}. \quad (18)$$

În mod direct deducem că $IT'(0) = 0$, deoarece prin presupuziția $Es = 0$

• **Gradul de aversiune față de risc**

Să luăm în considerare următoarea problemă de decizie simplă, în care un agent economic acceptă oferta de a-și asuma riscul situației z cu media μ , și varianța u^2 . Desigur, decizia optimă este acceptarea situației dacă:

$$Eu(w + z) \geq u(w), \quad (19)$$

sau, în mod echivalent, dacă echivalentul de certitudine e al lui Z este pozitiv. În cele ce urmează, vom examina modul în care această decizie este afectată de o modificare a funcției de utilitate.

Observăm că, transformarea liniară continuă a lui u nu are nici un efect asupra alegerii decidentului și asupra echivalentelor de certitudine. Într-adevăr, luăm în considerare o funcție $v(\cdot)$ astfel încât $v(x) = a + bu(x)$ pentru toți x , pentru o pereche de scalare a and b , unde $b > 0$.

Apoi, evident, $Ev(w + z) \geq v(w)$ generează exact aceleași restricții privind distribuția z ca, condiție (19). Aceeași analiză se poate face și pe ecuația (15) care definește echivalente de certitudine. Neutralitatea echivalentelor de certitudine cu transformările liniare ale funcției utilitare poate fi verificată în cazul riscurilor mici prin utilizarea aproximării Arrow-Pratt.

Dacă $v = a + bu$, este evident că:

$$A(x) = \frac{-v'''(x)}{v'(x)} = \frac{-bu''(x)}{bu'(x)} = \frac{-u''(x)}{u'(x)}$$

pentru toți x . Astfel, din ecuația (16), observăm că primele de risc pentru riscurile mici nu sunt afectate de transformarea liniară. Rata medie de plată a riscului minus prima de risc - proprietatea de neutralitate este echivalentă cu certitudinea.

Limitarea analizei la riscuri mici, presupune conform acestei analize că agenții cu o aversiune absolută asupra riscului $A(w)$ vor fi mai reticenți în a accepta riscuri mici. Plata minimă estimată care face ca riscul să fie acceptabil pentru ei va fi mai mare.

Acesta este motivul pentru care spunem că A este o măsură a gradului de aversiune față de risc a factorilor de decizie.

Din punct de vedere tehnic, $A = -u''/u'$ este o măsură a gradului de concavitate a funcției de utilitate. Măsoară viteza cu care utilitatea marginală scade. Acum suntem interesați să extindem aceste observații la orice risc, nu numai la riscuri mici. Considerăm următoarea definiție pentru aversiunea

comparativă față de risc: presupunem că agenții u și v au aceeași avere w , care este arbitrară.

Un agent v este mai avers față de risc decât un alt agent u cu aceeași bogăție inițială dacă orice risc care este nedorit pentru agentul u este de asemenea nedorit și de către agentul v . Cu alte cuvinte, prima de risc a oricărui risc este mai mare pentru agentul v decât pentru agent u .

Acest lucru trebuie să fie adevărat independent de nivelul comun de avere inițial al celor doi agenți. Dacă această definiție s-ar limita la riscuri mici, știm din analiza de mai sus că acest lucru ar echivala cu cerința ca aceasta:

$$A_v(w) = \frac{-v''(w)}{v'(w)} = \frac{-u''(w)}{u'(w)} = A_u(w)$$

Dacă se limitează la riscuri mici, v este mai riscant decât u dacă funcția A_v este uniform mai mare decât A_u . Spunem în acest caz că v este mai concavă decât u în sensul lui Arrow-Pratt. Este important de observat că aceasta este echivalentă cu condiția că v este o transformare concavă a u , adică că există o creștere și funcția concavă ϕ , astfel încât $v(w) = \phi(u(w))$ pentru toți w .

Într-adevăr, avem aceasta:

$$v'(w) = \phi'(u(w))u'(w) \quad \text{și}$$

$$v''(w) = \phi''(u(w))(u'(w))^2 + \phi'(u(w))u''(w),$$

ceea ce implică acest lucru:

$$A_v(w) = A_u(w) + \frac{\phi''(u(w))}{\phi'(u(w))}$$

Astfel, A_v este uniform mai mare decât A_u dacă și numai dacă ϕ este concav. Aceasta este echivalentă cu faptul că A_v este uniform mai mare decât A_u sau că v este o transformare concavă a lui u . Se observă că agentul v evaluează riscuri mai mici decât agentul u .

Trebuie să impunem mai multe restricții pentru a garanta că agentul v evaluează orice risc mai mic decât agentul u , adică, v este mai mult avers față de risc decât u . Următoarea propunere, care se datorează lui Pratt (1964), indică faptul că nu este necesară nici o restricție suplimentară.

Următoarele trei condiții sunt echivalente.

(a) Agentul v este mai avers față de risc decât agentul u , adică prima de risc pentru orice risc este mai mare pentru agentul v decât pentru agentul u ;

(b) Pentru toți w , $A_v(w) \geq A_u(w)$;

(c) Funcționează față de o transformare concavă a funcției u ; $\phi' > 0$ și $\phi'' \leq 0$ astfel încât $v(w) = \phi(u(w))$ pentru toți w .

Am arătat deja că (b) și (c) sunt echivalente. Faptul că (a) implică (b) rezultă direct din aproximarea Arrow-Pratt. Vom demonstra că (c) implică

(a). Luând în considerare orice situație z . Fie Π_u și Π_v prima de risc pentru asigurarea z zero a agentului u și respectiv a agentului v .

Prin definiție, avem:

$$v(w - \Pi_v) = Ev(w + z) = E\phi(u(w + z)).$$

Definim variabila aleatoare ca fiind $y = u(w + z)$. Deoarece ϕ , este concavă, $E\phi(y)$ este mai mică decât $\phi(Ey)$ de inegalitatea lui Jensen. Rezultă astfel:

$$v(w - \Pi_v) \geq \phi(Eu(w + z)) = \phi(u(w - \Pi_u)) = v(w - \Pi_u)$$

Deoarece v este în creștere, acest lucru implică faptul că Π_v este mai mare decât Π_u .

În cazul riscurilor mici, singurul lucru pe care trebuie să-l cunoaștem pentru a determina dacă un risc este de dorit este gradul de concavitate al u la nivel local la nivelul actual de avere.

Pentru riscuri mai mari, propunerea de mai sus arată că trebuie să știm mai mult pentru a lua o decizie. Anume, trebuie să cunoaștem gradul de concavitate al u la toate nivelele de avere. Gradul de concavitate trebuie să fie mărit la toate nivelurile de avere pentru a garanta că o schimbare în u face ca factorul de decizie să fie mai reticent în acceptarea riscurilor.

Dacă v este mai concav la nivel local la unele niveluri de avere și este mai puțin concav la alte nivele de avere, analiza comparativă este intrinsec ambiguă.

CONCLUZII

Din studiul acestui articol se desprinde concluzia că evoluția macroeconomică este supusă unor riscuri diverse, care se manifestă în întreaga perioadă pentru care se calculează indicatorii macroeconomici.

Este normal ca în cadrul strategiilor de evoluție a economiei să se țină seama și de efectele individuale sau corelate ale riscului (riscurilor) cu influențe asupra dezvoltării macroeconomice.

O altă concluzie este aceea că de fiecare dată când se stabilesc strategiile de guvernare este bine să se facă un studiu și asupra efectelor acestor riscuri care se pot manifesta și pot să apară în timpul perioadei în care se desfășoară activitatea macroeconomică.

Putem avea în vedere, de asemenea, și faptul că aceste riscuri, chiar dacă nu pot fi eliminate în totalitate, prin cunoașterea și interpretarea lor se poate asigura o diminuare a efectelor pe care acestea le produc.

Într-un mod mult mai substanțial am putea vorbi și despre riscurile unor crize care pot surveni și folosesc acest cadru deoarece din 2008 și până în prezent, adică 14 ani, pe mapamond s-au manifestat două crize teribile. Prima este criza economico-financiară din perioada 2008 – 2010 și a doua este criza pandemică și financiar-economică aflată în *plin marș* în momentul de față.

BIBLIOGRAFIE

1. Andrei T. (2005) – *Statistică și econometrie*, Editura Economică, București
2. Bardsen, G., Nymagen, R., Jansen, E. (2005) – *The Econometrics of Macroeconomic Modelling*, Oxford University Press
3. Chow, G. C. (1960) – *Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions*, *Econometrica*, 28
4. Christ, C. F. (1966) – *Econometric Models and Methods*, Wiley, New York
5. Ewing, B. T., Seyfried, W. L. (2003) – *Modeling the Philips Curve: A Time-Varying Volatility Approach*, Euro-American Association of Economic Development in its journal *Applied Econometrics and International Development*
6. Lee, A. Y. & Aaker, J. L. (2006) – *A Monte Carlo Study of Growth Regressions*, Stanford University, Graduate School of Business in Research Papers series
7. Mizon, G. E. (1995) – *Progressive Modelling of Macroeconomic Time Series: The LSE Methodology*. In K.D. Hoover (ed.) – „*Macroeconometrics: Developments, Tensions, and Prospects*” (pp. 107-170). Dordrecht: Kluwer Publications
8. Șerban, G. și alții (2009) – *Previziunea riscurilor bancare – metode utilizate*, Simpozionul internațional *Efecte și soluții pentru criza economico-financiară*, Editura Artifex, pp 166-169
9. Stancu, S. (2002) – *Competiția pe piață și echilibrul economic*, Editura Economică București
10. Taylor, J. B. (1979) – *Estimation and control of a macroeconomic model with rational expectations*, *Econometrica*, 47