
Noțiuni teoretice privind riscul de piață în investirea portofoliilor de valori mobiliare

Assoc. prof. Mădălina-Gabriela ANGHEL PhD (*madalinagabriela_angel@yahoo.com*)

Universitatea Artifex din București

Ștefan Gabriel DUMBRAVĂ PhD Student (*stefan.dumbrava@gmail.com*)

Academia de Studii Economice din București

Abstract

Un obiectiv principal al managementului riscului este acela de evaluare și îmbunătățire a performanțelor instituțiilor financiare în contextul asumării de riscuri, în vederea obținerii de profit. Prin urmare, cuantificarea riscului într-o problemă de optimizare a portofoliului este esențială, deoarece aceasta reprezintă primul pas în gestiunea riscului unui portofoliu. Volatilitatea piețelor financiare implică o analiză detaliată a riscurilor, precum și cuantificarea riscurilor care generează soluții optime.

Formarea cea mai utilizată în practică privind problematica selecției portofoliilor eficiente este modelul medie-varianță dezvoltat de Markowitz. Acesta reprezintă o piatră de temelie a teoriei moderne a portofoliului și în ciuda unor puncte de vedere rezervate și a mai multor propuneri de noi măsuri de risc, varianța este încă cea mai utilizată măsură de cuantificare a riscului în practica financiară. Principala abordare constă în faptul că agenții selectează optim portofolii eficiente folosind criteriul medie-varianță. În practică, acest model este larg utilizat pentru a gestiona riscul de portofoliu. Utilizările specifice includ stabilirea alocărilor optime a activelor; cuantificarea câștigurilor din diversificarea internațională și evaluarea performanțelor unui portofoliu.

Modelele de acest tip cuprind distribuțiile rentabilităților caracterizate și comparate cu două statistici: rentabilitatea așteptată și volatilitatea ca măsură de risc. Modelele medie-varianță au o interpretare intuitivă a rezultatelor și în cele mai multe cazuri sunt convenabile din punct de vedere computațional. Unii cercetători contestă aceste avantaje, deoarece practica de a utiliza o distribuție care depinde de doar doi parametri implică neglijarea unor informații, care se dovedesc a fi necesare.

Cuvinte cheie: risc, performanță, portofolii eficiente, valori mobiliare, modele statistico-econometrice.

Clasificarea JEL: C10, G11

Introducere

În general cea mai des utilizată măsură a riscului de piață este Valoarea la Risc (Value-at-Risk-VaR). VaR o măsură de risc specificată în funcție de o cuantilă, a devenit una dintre măsurile cele mai utilizate printre practicieni. Pentru un anumit orizont de timp t și un nivel de încredere β , valoarea la risc a unui portofoliu este cea pierdere de-a lungul orizontului de timp t , care poate fi garantată cu o probabilitate $1 - \beta$. VaR este utilizat deoarece este ușor de calculat, analizat și interpretat. Ca măsură a riscului de piață, VaR are anumite limite recunoscute. Unii cercetători au analizat faptul că VaR nu ia în considerare pierderile care depășesc VaR și că pentru niveluri de încredere diferite acesta poate oferi rezultate contradictorii.

VaR este lipsit de proprietățile de sub-aditivitate și convexitate, fiind o măsură de risc care satisface aceste axiome, devenind o măsură de risc coerentă. Din 1999, conceptul de măsură de risc coerentă a devenit un criteriu de evaluare a măsurilor de risc. Dar, VaR nu este o măsură de risc coerentă, deoarece aceasta nu respectă axioma de sub-aditivitate, implicând faptul că VaR, pentru o combinație de două portofolii, poate fi mai mare decât suma VaR-urilor portofoliilor individuale. Precizăm că VaR este o măsură de risc coerentă numai atunci când aceasta se bazează pe abaterea standard a distribuțiilor normale. Este de remarcat faptul că VaR este în contrast cu diversificarea portofoliului, datorită nerespectării axiomei și consideră că VaR nu este o măsură de risc, deoarece o măsură de risc nu poate încălca axioma de sub-aditivitate.

A fost demonstrat că problema minimizării VaR-ului unui portofoliu poate conduce la mai multe minime locale. De asemenea, optimizarea VaR poate conduce la o problemă neliniară și neconvexă dificilă, foarte greu de rezolvat. De aceea, în ciuda unei cantități considerabile de activitate de cercetare, optimizarea VaR este încă o problemă deschisă studiului, analizelor și interpretărilor.

Din aceste motive, în literatura de specialitate a fost recomandată o altă măsură a riscului portofoliului, și anume Valoarea la Risc Condiționată (CVaR). Pentru un anumit orizont de timp t și nivel de încredere β , CVaR este nivelul așteptat al pierderii anticipate condiționat de faptul că aceasta este mai mare decât VaR.

Totodată, CVaR este o măsură a riscului care prezintă proprietăți foarte interesante, respectiv CVaR este atractiv pentru că este o măsură de risc coerentă. CVaR fiind o funcție convexă, este relativ ușor de controlat și de optimizat, ca o soluție a unei probleme de optimizare. Prin experimente numerice s-a demonstrat că minimizarea CVaR conduce la soluții aproape optime și minimizarea VaR, având în vedere că VaR nu depășește niciodată

CVaR. Mai mulți autori au creat o nouă tehnică, o formulă de minimizare. Folosind această tehnică, se poate calcula în același timp valoarea VaR și se poate optimiza CVaR. S-a remarcat faptul că măsura CVaR, ca instrument de modelare în cazurile de optimizare, are proprietăți adecvate în mai multe privințe. De asemenea, reducerea CVaR conduce de obicei la un portofoliu cu un VaR mic.

Literature review

Modelele statistico-econometrice de analiză a riscului în ceea ce privește investirea portofoliilor pe piața de capital au fost abordate în lucrările lor de specialiști în domeniu, din care menționăm unele lucrări cum ar fi Anghelache C., Anghel M.G., Iacob Ș.V. (2020), în care autorii s-au concentrat asupra unui model econometric utilizabil în situația acumulării de active și deciziile de portofoliu care sunt luate sub riscul inflației, pornind de la faptul că piața de capital este influențată și de efectul modificărilor de preț. De asemenea, Anghelache C., Dumitru M., Grigorescu D.L. (2020) abordează problema obținerii unui rezultat optim pornind de la estimarea multiplicatorului între două ecuații, demonstrând că soluția optimă sau contractul optim pentru un investitor este dată de două ecuații care conduc la eficiența Pareto, punând astfel în evidență perspectiva fundamentării deciziilor de încheiere a unui contract optim. În aceeași sferă se află și lucrarea lui Anghelache C., Anghel M.G., Iacob Ș.V., Pârțachi I. (2020), în care autorii au abordat problema efectului riscului operațional în contextul plasării investițiilor pe diverse piețe. În ceea ce privește echilibrul pieței de capital, acest aspect este analizat în lucrarea lui de către Black, F. (1972). De asemenea, Hagstromer și Binner (2009) au abordat o serie de aspecte cu privire la selecția portofoliului de instrumente financiare. În aceeași ordine de idei, Linton, O. (2016), este preocupat de aspecte legate de modelarea statistico-econometrică, iar Okhrimenko și Manaenko (2014) au analizat unele aspecte cu privire la factorii determinanți în ceea ce privește adoptarea deciziilor de investiții pe piața de capital.

Metodologie, date, rezultate și discuții

Determinarea frontierelor pentru portofoliile eficiente formate din active se poate efectua utilizând modelul VaR, fundamentat de Markowitz. De asemenea, valoarea la Risc Condiționată (CVaR) poate fi utilizată determinarea riscului portofoliului. Problema investirii portofoliilor de active pe piața de capital nu se poate efectua decât după ce au fost determinate și analizate efectele apariției riscului de piață.

Avantajele lui CVaR față de VaR, ca o măsură a riscului, au condus la dezvoltarea unor concepții care explorează utilizarea CVaR în optimizarea

portofoliului. Astfel, se caracterizează portofolii cu rentabilități așteptate maxime în cazul unor constrângeri CVaR diferite. În aceeași perioadă, apariția unor constrângeri CVaR pot fi utilizate pentru a controla riscul atunci când există un activ de referință (benchmark).

Constatăm că, varianța și CVaR cuantifică riscul din perspective diferite. Varianța măsoară împărțirea în jurul valorii așteptate a unei variabile aleatoare, în timp ce CVaR măsoară pierderea așteptată aferentă celor mai defavorabile cazuri posibile, în funcție de nivelul de încredere stabilit. Modelele medie-varianță și modelele medie-CVaR ar putea duce la soluții diferite. Un portofoliu obținut ca soluție în modelul medie-varianță poate fi considerat inacceptabil de către o autoritate de reglementare, deoarece acesta poate avea un CVaR excesiv de mare, ceea ce conduce la pierderi foarte mari în cazul scenariilor nefavorabile. În același, managerii de fonduri tradiționali pot considera un portofoliu obținut cu modelul medie-CVaR inacceptabil, deoarece acesta ar putea avea o varianță excesiv de mare și, astfel, un indice Sharpe excesiv de mic.

Studiul are ca obiectiv analiza alocării avuției în active, precum și evaluarea implicațiilor generate de impunerea mai multor tipuri de constrângeri în problema de selecție a portofoliului. Alocarea optimă a avuției se calculează prin impunerea unor constrângeri VaR sau CVaR. Integrând o constrângere VaR sau CVaR în politica de construire a portofoliului optim, investitorii pot optimiza în mod direct reducerea riscurilor prin diversificare. În practică, conceptul este impus de multe ori atunci când se utilizează o simulare istorică pentru estimarea VaR și CVaR.

Putem considera că adăugarea unei constrângeri VaR pentru acest model este motivată de faptul că industria de administrare a portofoliilor îl utilizează din ce în ce mai des pentru a stabili anumite limite de risc. O constrângere CVaR în cazul modelului medie-varianță este motivată de faptul că există o serie de avantaje ale folosirii CVaR în loc de VaR pentru a controla riscul.

În activitatea practică se apreciază că modelul medie-varianță a fost pe larg utilizat în domeniul bancar, în timp ce VaR este utilizat pentru calculul cerințelor minime de capital asociate cu expunerea lor la riscul de piață. Reglementarea capitalului bancar pe baza CVaR este, în anumite condiții, mai eficientă decât în cazul modelului VaR.

Granița cu constrângeri CVaR constă în portofolii care, având în vedere constrângerea CVaR, minimizează varianța pentru un anumit nivel așteptat al randamentului. Atunci când constrângerea este atinsă, portofoliile de pe această frontieră pot fi construite folosind fonduri mutuale ($K+3$), unde K este numărul de stări pentru care portofoliile suferă pierderi egale cu

VaR. În cazul unei constrângeri VaR, acest rezultat simplifică problema de selecție a portofoliului, ceea ce implică faptul că portofoliile de pe granița cu constrângeri CVaR sunt medie-varianță ineficiente.

Opiniile principale cu privire la frontiera cu constrângeri VaR sunt după cum urmează: rentabilitatea așteptată, deviația standard, VaR și CVaR pentru portofoliul unui agent cu constrângeri VaR sunt mai mici decât cele ale unui portofoliu optim fără restricții și distanța unui portofoliu optim cu constrângeri VaR față de frontiera portofoliilor fără constrângeri este mai mare pentru constrângeri VaR și mici pentru agenți cu aversiune scăzută față de risc.

Rezultatul sugerează faptul că o constrângere CVaR este mai eficientă decât o constrângere VaR în procesul de diminuare a pierderilor din modelul medie-varianță. Dacă VaR pentru portofoliul optim cu constrângeri CVaR este apropiat de valoarea portofoliului optim cu constrângeri VaR, CVaR în primul caz este mai mic decât CVaR din a doua situație.

Analizând implicațiile care decurg din impunerea unei constrângeri privind pierderea intermediară maximă într-o problemă de selecție a portofoliului și compararea cu cele care reies din impunerea unor constrângeri VaR sau CVaR, rezultând că în contextul alocării averii în cazul activelor din piețe emergente din ECE, apar soluții contradictorii.

Constrângere drawdown (MD) este o restricție privind setul de portofolii care sunt disponibile pentru selecție și specifică: perioada de timp pentru calculul MD și pragul privind MD.

Interesul în optimizarea portofoliului este evident, constatându-se că modelul medie-varianță poate subestima riscul indus de evenimente extreme. Dacă un manager de portofolii are informații private și este compensat pe baza performanțelor în raport cu un activ de referință, atunci acesta va selecta un portofoliu care nu este optim pentru alt investitor.

Există o legătură între VaR, CVaR și modelul de medie-varianță, rezultatele teoretice cu privire la impactul unei constrângeri MD în cazul modelelor medie-varianță. Concluzia teoretică principală constă în caracterizarea portofoliilor optime în aceste modele atunci când este prezentă o constrângere MD. Mulți autori prezintă exemple practice privind implicațiile în problema de selecție a portofoliilor eficiente.

Setul de portofolii care minimizează varianța pentru diferite niveluri de rentabilitate așteptată este denumit ca frontiera medie-varianță, în timp ce setul acelor portofolii care acționează la fel datorită unor constrângeri care sunt denumite ca portofoliile de pe frontiera medie-varianță cu constrângeri. Portofoliile optime sunt medie-varianță ineficiente atunci când este impusă o constrângere. Concluziile acestei analize sunt acelea că practicienii ar trebui

să fie conștienți de faptul că astfel de constrângeri pot conduce la selectarea de portofolii ineficiente. Investitorii instituționali și manageri de portofoliu, care au în vedere proiectarea unui model de gestionare a portofoliilor cu constrângeri, trebuie să considere că trade-off-ul rentabilitate-risc este foarte diferit.

Înainte de a dezvolta problema optimizării se impune a fi analizate o serie de concepte teoretice privind VaR și CVaR. Astfel, vom introduce conceptul de măsuri de risc coerente, definind un set complet de axiome, care trebuie să fie îndeplinite de o măsură de risc, în sens generalizat.

O măsură a riscului ρ este numită coerentă în cazul în care sunt îndeplinite patru axiome:

- Axioma invariantei la translație pentru o măsură de risc. Astfel, pentru toate pierderile aleatoare X și constantele $\alpha, \rho(X + a) = \rho(X) + \alpha$.
- Axioma subaditivității pentru o măsură de risc. Astfel, pentru toate pierderile aleatorii X și Y , $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$.
- Axioma omogenității pozitive pentru o măsură de risc. Astfel, pentru toate $\lambda \geq 0$ și pierderile aleatoare X , $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$.
- Axioma monotoniei pentru o măsură de risc. în cazul în care $X \leq Y$ pentru fiecare scenariu, atunci $\rho(X) \leq \rho(Y)$.

Aceste precizări sunt importante, deoarece acestea definesc proprietățile statistice pe care trebuie să le respecte o măsură de risc corespunzătoare. Procesul de gestionare a riscurilor are propriile sale reguli științifice definite prin intermediul acestui nou cadru deductiv. Teoria măsurilor de risc coerente se bazează pe ideea că o măsură de risc potrivită este în concordanță cu teoria finanțelor și teoria portofoliului. Consecința coerenței în cazul unei probleme de optimizare a portofoliului este importantă deoarece aceasta păstrează caracteristica de convexitate.

Considerând o anumită cuantilă, cu alte cuvinte pentru un anumit nivel de încredere $\alpha \in (0,1)$ și o variabilă aleatoare X , nivelul VaR corespunzător α este definit prin relația:

$$VaR_{\alpha}(X) = -q_{\alpha}^{+}(X) = -q_{1-\alpha}^{-}(X) = \inf \{ \beta | F_X(\beta) \geq \alpha \} \quad (1)$$

Precizăm că $z = f(x,y)$ reprezintă funcția de cost, x este vectorul de decizie, $x \in X \subset \mathbb{R}^n$ și y este o variabilă aleatoare definită pe un spațiu de probabilitate, reprezentând incertitudinile care pot afecta costurile. Distribuția de probabilitate a lui y în $\mathbb{R}^m$ se consideră că are o densitate probabilistică notată cu $p(y)$. Cunoscând distribuția de probabilitate a lui y , z este o variabilă aleatoare. În această situație, distribuția lui z depinde de vectorul de decizie.

Pentru fiecare x , $F_X(\beta)$ definit pe R , este funcția de repartiție pentru z . Când nivelul de încredere α este dat, probabilitatea ca $f(x, y)$, să nu depășească un anumit prag β este dată de:

$$F_X(\beta) = \int_{f(x,y) \leq \beta} p(y) dy \quad (2)$$

Statistica $Var_\alpha(X) = -q_\alpha^+(X)$ prezintă pierderile minime ale portofoliului constituit, care pot apărea în cele mai defavorabile a din cazuri, pentru o anumită perioadă de timp. În aceste condiții, VaR este egal cu percentila α a distribuției pierderii VaR, care este cea mai mică valoare astfel încât probabilitatea ca pierderile să depășească sau să fie egale cu această valoare este mai mare sau egală cu α .

Cunoaștem că, VaR se bazează pe probabilități, deci nu poate fi stabilit cu certitudine, ci este mai degrabă un nivel de încredere, care este selectat în avans de către utilizator. Fiind o măsură de risc VaR satisface proprietățile unei măsuri de risc, dar nu reușește să respecte proprietatea de sub-aditivitate și nu este o măsură de risc coerentă. De regulă diversificarea portofoliului conduce întotdeauna la reducerea riscului. VaR contrastează cu diversificarea portofoliului. Se consideră că VaR nu este o măsură de risc, deoarece o măsură de risc nu poate încălca axioma de sub-aditivitate.

În plus, VaR nu este o măsură de risc convexă, aspect care se datorează faptului că sub-aditivitatea și omogenitatea pozitivă implică împreună convexitatea unei funcții, iar VaR nu satisface proprietatea de sub-aditivitate. În cazul unei probleme de optimizare, VaR poate avea mai multe minime locale, ceea ce înseamnă că VaR este nu este convex. Remarcăm faptul că în procesul de minimizare a riscului, numai suprafețele convexe au proprietatea că minimul local, ceea ce conduce la soluții optime la nivel global. Așadar, VaR este unul dintre instrumentele cele mai utilizate pentru gestionarea riscurilor, deși VaR este dificil de optimizat atunci când se calculează pe bază de scenarii.

Cunoaștem că VaR este pierderea minimă care poate apărea în cele mai defavorabile cazuri pentru portofoliu într-o anumită perioadă de timp. În același timp, CVaR reprezintă pierderea așteptată, care poate apărea în cele mai defavorabile cazuri, măsurând cât de mult se poate pierde, în medie, în cazul în care pierderile depășesc VaR. Acesta este o măsură de cuantificare a pierderilor mai mici decât VaR. Deci, CVaR poate fi definit a fi media condiționată a pierderii în raport cu x , în cazul în care pierderea este egală sau mai mare decât $q_\alpha(x)$, conform relației:

$$CVaR = \phi_\alpha(x) = E\{f(x, y): f(x, y) \geq q_\alpha(x)\} = \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x,y) \geq q_\alpha(x)} f(x, y)p(y) dy \quad (3)$$

În ecuația prezentată se utilizează o altă funcție de distribuție care nu este descrescătoare și continuă, și este obținută prin redimensionarea funcției de distribuție $z = f(x,y)$ pe intervalul $[\alpha, 1]$. Precizăm că CVaR este o măsură de risc coerentă, deoarece aceasta satisface toate cele patru axiome prezentate mai sus.

VaR și CVaR pentru o funcție de pierdere $z = f(x,y)$ pot fi calculați prin rezolvarea unei probleme de optimizare convexă, unidimensională, pentru un anumit nivel de încredere α . Principala abordare constă în utilizarea unei funcții convexe speciale $F_\alpha(x, \beta)$ pentru a caracteriza $\phi_\alpha(x)$ și $q_\alpha(x)$. Funcția caracteristică pentru $\phi_\alpha(x)$ și $q_\alpha(x)$ este definită după cum urmează:

$$F_\alpha(x, \beta) = \beta + (1 - \alpha)^{-1} E\{[f(x, y) - \beta]^+\} \quad (4)$$

unde $[t]^+ = \max(0, t)$

Dacă se minimizează $F_\alpha(x, \beta)$ pentru toate $(x, \beta) \in X \times \mathbb{R}$, obținem rezultatul echivalent al minimizării valorii CVaR $\phi_\alpha(x)$ în funcție de $x \in X$:

$$\min \phi_\alpha(x) = \min F_\alpha(x, \beta) \quad (5)$$

În studiul realizat se pornește de la prezentarea problemei de optimizare ce se concentrează pe surprinderea riscului prin CVaR. Astfel, problema de optimizare are următoarea formă:

$$\min_x \text{CVaR}_\alpha(x), \quad x \in S, \quad (6)$$

unde α reprezintă nivelul de încredere dorit, iar

$$S = \{(x_1, x_2, \dots, x_m) | x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, m), x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1\}$$

În acest caz, x_i este variabila de decizie pentru ponderea în portofoliu a sub-portofoliului i . Se poate converti problema de optimizare dată de relația de mai sus într-o problemă de programare liniară, după cum urmează:

$$\min_{\beta, x} \beta + (1 - \alpha)^{-1} \int_{y \in R^*} [f(x, y) - \beta]^+ p(y) dy, \quad (7)$$

cu $x \in S$

Distribuția de probabilitate comună a rentabilităților $p(y)$ este necunoscută, ceea ce face ca problema (7) să fie mai greu de rezolvat. De aceea, de cele mai multe ori, procesul decizional este influențat de parametrii cu un grad mare de incertitudine, iar punerea sa în aplicare poate fi influențată de anumite erori.

Concluzii

Aspectele cuprinse în articolul realizat pe seama unui studiu atent asupra plasării investițiilor de portofolii de valori mobiliare conduc la unele concluzii mai ales practice. În general, investirea de portofolii în piață este supusă riscului. Luăm acest risc de piață deoarece el este sub influența anumitor factori care acționează în mod diferențiat de la o perioadă de timp la alta. În acest sens, în literatura de specialitate este recomandată ca măsură a riscului valoarea de risc condiționată, pentru că aceste riscuri apar sub influența unor factori.

O concluzie care se desprinde este aceea că plasarea de portofolii a unor valori mobiliare pe piață, va fi însoțită întotdeauna de un risc al pieței și de aici necesitatea de a evalua acest risc al pieței pentru a anticipa cum se finalizează, ca rezultate concret, investirea portofoliilor valorilor mobiliare în piața respectivă.

Există anumite constrângeri în plasarea acestor portofolii și de aceea din articol se desprinde concluzia că studiul trebuie adâncit prin considerarea acestor frontiere, așa încât să putem anticipa cu mai mare precizie riscul de piață pe care îl presupune plasarea de portofolii de valori mobiliare.

Plasarea portofoliilor de active (valori mobiliare) este una care trebuie să țină seama de piață, pentru că dacă nu se anticipează evoluția unor condiții pe care le presupune piața putem avea un risc mult mai ridicat și pe cale de consecință o rentabilitate mult mai redusă.

Bibliografie

1. Anghelache C., Anghel M.G., Iacob Ș.V. (2020). Statistical-econometric methods and models used in the analysis of the capital market under the risk of inflation, *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, volume 54, issue 2/2020, pp. 41-58
2. Anghelache C., Dumitru M., Grigorescu D.L. (2020). Mathematical model used in substantiating optimal contract, *Theoretical and Applied Economics*, Volume XXVII (2020), No. 2(623), Summer, pp. 5- 18
3. Anghelache C., Anghel M.G., Iacob Ș.V., Pârțachi I. (2020). The study of the effect of the operational risk in the context of moral hazard. *Romanian Statistical Review*, Supplement, no. 8, pp. 25-45
4. Black, F. (1972), *Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing*, *The Journal of Business*, 45.3, 444-55
5. Hagstromer, B., Binner, J.M. (2009). Stock portfolio selection with full-scale optimization and differential evolution. *Applied Financial Economics*, 1559–1571
6. Linton, O. (2016), *Probability, Statistic and Econometrics*, Academic Press
7. Okhrimenko, O., Manaenko, I. (2014). Determinants Of Investment Support: Principles, Mechanisms, Efficiency. *Economics of Development*, 69 (1), 34-40s