
Conceptul de valoare mobilă în construirea portofoliilor

Prof. Constantin ANGHELACHE PhD (actincon@yahoo.com)

Academia de Studii Economice din București / Universitatea Artifex din București

Prof. Ion PÂRȚACHI PhD (ipartachi@ase.md)

Academia de Studii Economice din Moldova

Iulian RADU PhD Student (julian@linux.com)

Academia de Studii Economice din București

Abstract

Valorile mobiliare sunt diferite și pot fi incluse într-un portofoliu, mai ales dacă termenului de garanție i se dă sensul mai larg, adică un sens care să acopere toate posibilitățile de apariție a unor riscuri.

Titlurile în principiu sunt divizibile în limitele specificate, sens în care orice sumă dorită poate fi investită în piața de capital. De regulă, rata reală a rentabilității nu este afectată de suma investită, cât mai ales de structura valorilor mobiliare avute în vedere. Rata efectivă de rentabilitate a unui portofoliu este o medie ponderată a ratei prețurilor raportată la ratele de rentabilitate ale valorilor mobiliare componente, utilizând proporțiile portofoliilor investite în acel moment.

Unul dintre atributele majore ale teoriei portofoliilor este accentul pus pe incertitudinile care există și care trebuie prevăzute, pe baza acestuia stabilindu-se relațiile dintre ratele de rentabilitate ale valorilor mobiliare, care pot fi stabilite sub formă de coeficienți de corelație, coeficienți de determinare sau covarianță. În practică problema este aceea de estimat măsura în care rata de rentabilitate a fiecărei valori mobiliare este legată și de celelalte valori mobiliare care constituie împreună portofoliul.

Relația între rata de rentabilitate a celor două valori mobiliare se exprimă cel mai corect prin intermediul unui coeficient de corelație. Acest coeficient de corelație se calculează pe baza unor regresii, care dau semnificație și pe baza cărora se calculează parametrii care pot fi folosiți în estimarea rezultatelor finale. În practică discutăm despre divergența randamentului real a unei valori mobiliare, față de valoarea așteptată a fi exprimată în unități standard. Corelația dintre variabile pe care le considerăm, nu este întotdeauna de cauzalitate, aceasta indică doar măsura în care cele două valori mobiliare sunt corelate. Este uneori posibil să se obțină un coeficient de corelație dintr-o distribuție de probabilitate comună, care trebuie apoi explicată, fiind preferabil să se estimeze direct legătura între cele două rate ale rentabilității a două valori mobiliare, fără a se specifica și distribuția respectivă.

Covariația dintre ratele de rentabilitate a celor două valori mobiliare este media ponderată a produsului abaterilor nenormalizate. Spunem aceasta deoarece nu întotdeauna distribuția este una normală.

Randamentul real a unui portofoliu este media ponderată a randamentului real al valorilor mobiliare componente, stabilit pe baza utilizării proporțiilor investite sub formă de ponderi. De aceea, abaterea standard a ratei de rentabilitate a unui portofoliu depinde și de abaterile standard de rentabilitate pentru titlurile componente, exprimate de coeficienții de corelație și de proporțiile în care valorile mobiliare sunt investite.

Cuvinte cheie: valori mobiliare, rată de rentabilitate, riscuri, investitori, piață de capital, coeficienți, regresii.

Clasificarea JEL: C10, G14.

Introducere

Concertul de valoare mobilă utilizată în construcția portofoliilor este esențială în sensul că, trebuie să se bazeze pe garanții privite în sens mai larg. În acest articol am expus rând pe rând o serie de aspecte cu privire la investirea acestor valori mobiliare, presupunând că investitorul selectează un portofoliu care include unul sau mai multe titluri (N).

Considerând că titlurile sunt divizibile în limitele specifice, ar rezulta că rata reală a rentabilității nu este afectată de suma investită, cât mai ales de valorile mobiliare considerate în constituirea acestor portofolii.

Am luat în discuție în acest articol o serie de variante pe care le-am prelucrat din punct de vedere econometric, rezultând o serie de date care dau sens aprecierilor exprimate de autori. Astfel, am arătat că dacă rata de rentabilitate reală pentru fiecare titlu ar putea fi prevăzută cu exactitate, s-ar putea prezice rata de rentabilitate reală pentru fiecare portofoliu, dar acesta este un element teoretic deoarece în practică rezultă că problema de a emite predicții despre portofolii trebuie să se țină seama în primul rând de abaterea medie pătratică și de media calculată pentru fiecare dintre aceștia.

Prin exemplele utilizate am căutat să exprimăm faptul că este posibil ca un randament considerat a fi asociat cu un randament mare pe celălalt tronson, să nu fie corelat, iar rentabilitatea valorilor mobiliare să fie uneori afectată de această lipsă de concordanță. Corelația nu este întotdeauna cauzală și de aceea prin exemplele pe care le-am folosit în studiu, rezultă că aceasta poate fi o relație liniară între profiturile a două titluri sau să fie neliniară în cazul în care variabilitatea acestor titluri este diferită. De asemenea, utilizând o serie de criterii și concepte econometrice am exprimat faptul că valoarea coeficientului de corelație indică întotdeauna raportul între incertitudinea atribuită relației dintre cele două valori mobiliare și incertitudinea totală asociată doar cu una

dintre ele. Studiile și datele utilizate evidențiază cu precizie tocmai acest aspect.

În continuare după abordarea coeficientului de corelație, care măsoară relația dintre rata de rentabilitate a celor două valori mobiliare, am abordat unele aspecte referitoare la covarianța dintre ratele de rentabilitate a celor două valori mobiliare. În acest sens, am ajuns la concluzia că media ponderată a produsului abaterilor nenormalizate stă la baza aprecierii covarianței care există între cele două valori mobiliare. Covarianța este importantă pentru analiza produsului coeficientului de corelație și a abaterilor standard ale ratelor de rentabilitate ale celor două valori mobiliare.

Randamentul real al unui portofoliu este media ponderată a randamentului real al valorilor mobiliare componente și aceasta se stabilește utilizând proporțiile investite ca ponderi. Relațiile matematice stabilite dau esență tocmai acestui aspect.

Din studiile efectuate, pe baza exemplelor pe care le-am utilizat, rezultă că nu este o chestiune banală să calculăm abaterea standard de rentabilitate pentru un portofoliu, atunci când acesta conține mai multe titluri de valoare. Pentru a găsi setul de portofolii eficiente printr-un proces de enumerare și eliminare este necesar să se calculeze abaterile standard de returnare pentru un număr mare de portofolii.

Articolul este însoțit de o serie exemple simple care pot evidenția tocmai aspectul complex pe care îl presupune utilizarea valorilor mobiliare în construirea a portofoliilor.

Literature review

Anghelache C, Anghel M.G., Marinescu A.I., Popovici M. (2019) abordează unele probleme legate de alocarea resurselor financiare pe piața de capital, urmărind astfel să soluționeze unele aspecte pe care le ridică prognozele referitoare la evoluția de joasă frecvență a portofoliilor. În altă ordine de idei, Anghel M.G, Anghelache C. , Radu I. (2020) studiază în lucrarea lor interconexiunile dintre rentabilități și volatilitate, acestea fiind importante atât pentru cuantificarea riscului de piață, cât și pentru evaluarea opțiunilor, în cazul cărora nu sunt formule pentru evaluare în cadrul proceselor GARCH și pe cale de consecință, fiind necesar să se apeleze la metode de simulare pentru evaluarea produselor financiare. De asemenea, Anghel M.G, Petre A., Olteanu C. (2019) sunt preocupați de modelarea în cazul portofoliilor pornind de la definirea proceselor ratelor dobânzilor pe termen scurt, urmând să realizeze aproximarea variabilelor care intră în model, în condiții de timp continuu și timp discret. În altă ordine de idei, Black, F. (1972) abordează în lucrarea sa unele modele de stabilire a prețurilor activelor pe piețele de

capital în condiții de echilibru al pieței. Ferreira, M.A., Santa-Clara, P. (2011) au abordat probleme legate de prognoza rentabilităților portofoliilor investite pe piața de capital. Iacob Ș.V., Dumitru D., Popovici M. (2020) abordează în lucrarea lor unele aspecte privind alegerea portofoliului și testarea modelului privind prețul activelor de capital, pornind de la ideea că piața este aceea care determină evoluția prețurilor de piață. Welch, I., Goyal, A. (2008) și-au îndreptat atenția asupra unor aspecte legate de previziunea primei de capital.

Metodologie, date, rezultate și discuții

O mulțime de valori mobiliare diferite pot fi incluse într-un portofoliu, mai ales dacă termenului de garanție i se dă sensul cel mai larg. În practică este considerat doar un subset de posibilități. Dacă informațiile și calculul ar fi gratuite, toate posibilitățile ar trebui luate în considerare.

Presupunem că investitorul selectează un portofoliu care include unul sau mai multe titluri N. Numărul considerat poate fi mic (de exemplu, N = 10) sau mare (de exemplu, N = 10.000), în funcție de avantajele și dezavantajele unei selecții limitate față de o selecție mai completă. De asemenea, considerăm că titlurile sunt divizibile. În limitele specificate, orice sumă dorită poate fi investită în fiecare titlu de valoare. În același timp rata reală a rentabilității nu este afectată de suma investită.

Un portofoliu poate fi descris în funcție de proporția investită în fiecare titlu de valoare, conform datelor structurate în tabelul de mai jos.

Proporția investită în fiecare titlu de valoare

Tabel 1

Valoare mobiliară	Proporția investită
1	0,10
2	0,50
3	0,00
4	0,30
5	0,00
6	0,10
	1,00

Proporția investită în valoarea mobilă 1 este notată X_1 , proporția investită în 2 este X_2 și așa mai departe. Deoarece întregul este egal cu suma părților sale, proporțiile probabilitistice trebuie să însumeze 1, adică:

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (1)$$

Dacă $X_i = 0$, portofoliul nu oferă nici o garanție i . O valoare negativă exprimă emiterea unei garanții insuficiente. Acest aspect poate fi sau nu posibil, în funcție de situația investitorului.

O valoare mai mare de 1 indică participațiile care necesită mai mult decât fondurile pe care le-a furnizat investitorul. Acest aspect este posibil numai dacă poate obține bani suplimentari prin emiterea unuia sau mai multor titluri probabilistice, fiecare X_i este limitat la intervalul de la 0 la 1, inclusiv. Un portofoliu este un set de X_i valori însumând 1. Pentru a fi posibil, trebuie îndeplinite și alte restricții (de exemplu, toate $X_i \geq 0$).

Rata efectivă de rentabilitate a unui portofoliu este media ponderată a ratei de prețuri, raportată la ratele de rentabilitate ale valorilor mobiliare componente, utilizând proporțiile portofoliilor investite ca ponderi. R_p permite să indice rata efectivă a rentabilității portofoliului și R_i rata efectivă a rentabilității garanției i . Determinarea R_p se face utilizând relația:

$$R_p = \sum_{i=1}^N X_i R_i \quad (2)$$

Tabelul numărul 2 oferă calcule pentru portofoliul descris anterior. Rata reală de rentabilitate este de 18%. Formula este utilizată pentru toate titlurile. Dacă un activ nu este inclus în portofoliu, atunci X_i este egal cu zero, astfel $X_i R_i$ este egal cu zero, iar totalul nu este afectat.

Proporția investită și rata reală de rentabilitate

Tabel 2

Valori mobiliare (i)	Proporția investită w	Rata reală de rentabilitate	XH 1 1
1	0,10	0,10	0,100
2	0,50	0,20	0,100
3	0,00	0,05	0,000
4	0,30	0,15	0,045
5	0,00	0,07	0,000
6	0,10	0,25	0,025
	1,00		0,180

Tabelul numărul 3 prezintă sumele în euro ale investițiilor și a încasărilor, presupunând o investiție totală de 100 euro. Randamentul general este de 18%.

Suma investită și randamentul

Tabel 3

Valori mobiliare (/)	Investiții	Randament
1	10,00	11,00
2	50,00	60,00
3	0,00	0,00
4	30,00	34,50
5	0,00	0,00
6	10,00	12,50
	100,00 euro	118,00 euro

Dacă rata de rentabilitate reală pentru fiecare titlu ar putea fi prevăzută cu exactitate, s-ar putea prezice rata de rentabilitate reală pentru fiecare portofoliu. Dar nici rata de rentabilitate a portofoliului, nici cea a fiecăruia din titlurile sale componente nu pot fi prezise cu certitudine. Problema este de a stabili predicții despre titluri care pot fi utilizate pentru a produce predicții despre portofolii, în special E_p și σ_p din fiecare portofoliu.

Este necesară o estimare a ratei de rentabilitate prognozate sau preconizate pentru fiecare titlu. O astfel de estimare poate fi furnizată direct, ca cea mai bună soluție sau estimare.

Față de rata de rentabilitate prevăzută, este necesară o oarecare doză de incertitudine (divergența probabilă a rezultatului prevăzut). În mod formal, se consideră că aceasta este abaterea standard a unei astfel de distribuții.

Concluzionând două măsuri sunt utilizate pentru a preciza predicțiile pentru fiecare dintre cele N titluri, respectiv:

E_i = rata de rentabilitate preconizată;

σ_i - abaterea standard (incertitudine) a ratei de rentabilitate a valorii mobiliare i .

Cu toate acestea, se presupune că astfel de numere indică o distribuție subiectivă a probabilităților pentru rata de rentabilitate a valorii mobiliare.

Unul dintre atributele majore ale teoriei portofoliului este accentul pus pe incertitudinile care există. Relațiile dintre ratele de rentabilitate ale valorilor mobiliare pot fi stabilite în termeni de coeficienți de corelație, coeficienți de determinare sau covarianțe.

Problema este de a estima măsura în care rata de rentabilitate a fiecărei valori mobiliare este legată de cea a tuturor celorlalte. În practică, astfel de estimări sunt adesea derivate dintr-un model relativ simplu al relațiilor dintre valori mobiliare. Dar teoria prevede o valoare separată pentru fiecare pereche de valori mobiliare.

Figura numărul 1a prezintă un caz extrem. Sunt considerate doar perechile situate de-a lungul liniei drepte. Randamentele sunt corelate.

Figura numărul 1b prezintă un caz cu probabilitate mai ridicată. Orice pereche în zona hașurată este considerată posibilă. Valori mari de R_1 , sunt asociate cu valori mari de R_2 , dar asocierea nu este exactă și randamentele sunt corelate, dar nu perfect.

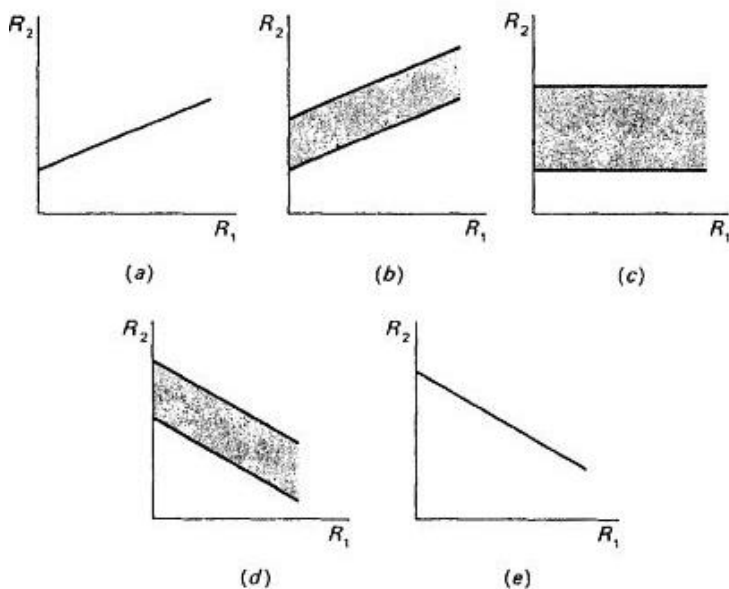
Figura numărul 1c reprezintă un caz în care randamentele sunt necorelate.

În figurile numerele 1a și 1b corelația este pozitivă, fiind probabil ca un randament considerat să fie asociat cu un randament mare pe celălalt. Figurile 1d și 1e arată situații în care o rentabilitate ridicată a unei valori mobiliare este probabil asociată cu o rentabilitate scăzută a celeilalte valori mobiliare.

Valorile mobiliare din figura numărul 1d sunt corelate negativ. Cele din figura numărul 1e sunt perfect corelate negativ

Cazuri de corelare a randamentelor

Figura 1



Relația dintre ratele de rentabilitate ale celor două valori mobiliare poate fi exprimat prin intermediul unui coeficient de corelație. O valoare de +1 indică o corelație pozitivă perfectă (figura numărul 1a). O valoare 0 arată că nu există corelație (figura numărul 1c). O valoare de -1 indică o corelație

negativă perfectă (figura numărul 1e). Într-un caz precum cel arătat în figura numărul 1c, valoarea coeficientului de corelație este cuprins între 0 și +1; într-un caz precum cel prezentat în figura numărul 1d, coeficientul de corelație este cuprins între 0 și -1.

Valoarea numerică a coeficientului de corelație depinde de similaritatea fiecărei perechi de rezultate. Un set de predicții de astfel de probabilități se numește **distribuție comună a probabilităților**. Tabelul numărul 4 relevă că există o probabilitate de 0,07 că rentabilitatea valorii mobiliare va fi între 3% și 4% și că rentabilitatea valorii mobiliare k va fi între 2% și 3%.

Distribuțiile comune de probabilitate pot fi prezente în termeni bruiți sau în mod detaliat. Intervalele pot fi largi (3% până la 4%) sau înguste (3,1% până la 3,2%). Indiferent de interval, punctul mediu este utilizat în scop de calcul.

Distribuția comună a probabilității conține toate informațiile necesare pentru a calcula valoarea așteptată și deviația standard a ratei de rentabilitate a fiecărei valori mobiliare. Sumele coloanei, prezentate în partea de jos a tabelului numărul 4, oferă distribuția probabilității pentru R_j . Sumele de rând, afișate la stânga, asigură distribuția probabilității pentru R_k .

Distributia comună a probabilităților

Tabel 4

R_i

5%

4%

3%

2%

1%

0

.15	.01	.02	.03	.05	.04
.23	.02	.03	.07	.06	.05
.24	.03	.06	.05	.07	.03
.22	.05	.05	.06	.03	.03
.16	.03	.05	.03	.03	.02

0

1%

2%

3%

4%

5% R_j

.14	.21	.24	.24	.17
-----	-----	-----	-----	-----

Divergența randamentului real al unei valori mobiliare față de valoarea sa așteptată poate fi exprimată în unități de deviere standard. Pentru valorile mobiliare j , utilizăm relația:

$$d_j = \frac{R_j - E_j}{\sigma_j} \quad (3)$$

Dacă R_j reprezintă două abateri standard peste valoarea așteptată, $d_j = +2$; dacă este mai jos cu două abateri standard $d_j = -2$; dacă este egală cu valoarea așteptată $d_j = 0$.

Vom considera o pereche de valori pentru R_j și R_k . Fiecare poate fi exprimat ca o abatere normalizată de la valoarea așteptată. Produsul oferă o măsură a abaterii globale, respectiv:

$$d_j d_k = \left(\frac{R_j - E_j}{\sigma_j} \right) \left(\frac{R_k - E_k}{\sigma_k} \right), \quad (4)$$

unde: $d_j d_k$ reprezintă abateri normalizate de la valoarea așteptată

R_j, R_k reprezintă abateri peste valoarea așteptată

E_j, E_k reprezintă ratele de rentabilitate

σ_j, σ_k reprezintă abaterile standard ale ratelor de rentabilitate

Coeficientul de corelație este media ponderată a tuturor valorilor mobiliare, cu probabilitatea ca fiecare să fie utilizat ca pondere:

$$P_{jk} = \sum P_r(d_j, d_k)(d_j d_k) \quad (5)$$

unde: P_{jk} reprezintă coeficient de corelație

$P_r(d_j, d_k)$ reprezintă probabilitatea perechii d_j, d_k . Alternativ

$$P_{jk} = \sum P_r(R_j, R_k) \left(\frac{R_j - E_j}{\sigma_j} \right) \left(\frac{R_k - E_k}{\sigma_k} \right) \quad (6)$$

unde $P_r(R_j, R_k)$ reprezintă probabilitatea perechii R_j, R_k .

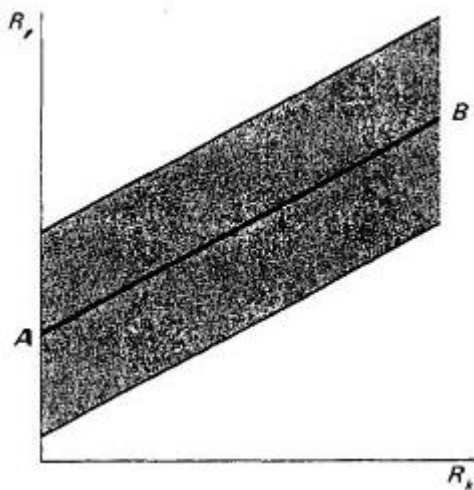
Corelația nu implică întotdeauna cauzalitate. După cum sugerează denumirea, aceasta indică doar măsura în care cele două valori mobiliare sunt corelate.

Este posibil să se obțină un coeficient de corelație dintr-o distribuție de probabilitate comună. Cu toate acestea, în multe cazuri, poate fi preferabil să se estimeze direct legătura dintre ratele de rentabilitate a două valori mobiliare fără a se specifica o astfel de distribuție. Dacă se obține o astfel de estimare, coeficientului de corelație trebuie să i se dea un sens intuitiv.

În cazul unei corelații perfecte, există o relație liniară exactă între profiturile pe două titluri. Dacă corelația este mai puțin decât perfectă, nici o astfel de relație nu se menține exact. Dar este posibil să se construiască o relație liniară bună. Presupunem că linia AB din figura numărul 2 se raportează cel mai bine la R_j la R_k . Incertitudinea cu privire la valoarea reală a R_j este măsurată de σ_j . Unele se datorează posibilității unui rezultat care nu se află pe linia AB. Dar, dacă numai valorile de-a lungul AB ar fi posibile, ar exista totuși o anumită incertitudine în ceea ce privește R_j , deoarece sunt probabil un număr de alte puncte de-a lungul liniei. Dacă totuși R_k ar fi fost cunoscut în prealabil, o astfel de incertitudine ar fi înlăturată. Această parte a incertitudinii cu privire la R_j este notată σ_{j-k} .

Corelația dintre două valori mobiliare

Figura 2



Valoarea coeficientului de corelație indică raportul dintre incertitudinea atribuită relației dintre două valori mobiliare și incertitudinea totală asociată cu una dintre ele. În acest caz putem exprima incertitudinea prin relația: $\frac{\sigma_{j-k}}{\sigma_j}$

Coeficientul de determinare este pătratul coeficientului de corelație, respectiv:

$$D_{jk} = \rho_{jk}^2 \text{ sau } \rho_{jk} = \sqrt{D_{jk}} \quad (7)$$

Acesta indică procentul variației totale atribuite relației dintre valorile mobiliare considerate:

$$D_{jk} = \rho_{jk}^2 = \left(\frac{\sigma_{j \leftarrow k}}{\sigma_j} \right)^2 = \frac{\sigma_{j \leftarrow k}^2}{\sigma_j^2} \quad (8)$$

Să presupunem că un analist consideră că aproximativ 60% din variația rentabilității acțiunii X este atribuibilă relației sale cu acțiunile sale și 40% nu. În această situație obținem:

$$\rho_{jk}^2 = 0,60$$

$$\rho_{jk} = \sqrt{0,60} = \pm 0,77$$

Dacă randamentele sunt corelate pozitiv avem $\rho_{jk} = +0,77$, iar dacă sunt corelate negativ avem $\rho_{jk} = -0,77$.

Coeficientul de corelație măsoară relația dintre rata de rentabilitate a două valori mobiliare. Ordinea în care sunt indicate este irelevantă, respectiv:

$$\rho_{jk} = \rho_{kj} \text{ și } \rho_{jk}^2 = \rho_{kj}^2 \quad (9)$$

Dacă 60% din variația asociată cu rentabilitatea stocului X este atribuită relației sale cu cea din stocul Y, atunci 60% din variația asociată stocului Y trebuie să fie atribuită relației sale cu stoc de X.

Covarianța dintre ratele de rentabilitate ale celor două valori mobiliare este media ponderată a produsului abaterilor nenormalizate, respectiv:

$$C_{jk} = \sum P_r(R_j, R_k)(R_j - E_j)(R_k - E_k), \quad (10)$$

unde: C_{jk} reprezintă covarianța

$P_r(R_j, R_k)$ reprezintă probabilitatea perechii R_j, R_k

Covarianța importantă pentru analiza care urmează este egală cu produsul coeficientului de corelație și abaterile standard ale ratelor de rentabilitate ale valorilor mobiliare, respectiv:

$$C_{jk} = \rho_{jk} \rho_j \rho_k \quad (11)$$

unde: C_{jk} reprezintă covarianța

ρ_{jk} reprezintă coeficientul de corelație

ρ_j, ρ_k reprezintă abaterile standard ale ratelor de rentabilitate

Randamentul preconizat al unui portofoliu este media ponderată a rentabilităților preconizate ale titlurilor sale componente, folosind proporțiile investite ca ponderi:

$$E_p = \sum_{i=1}^N X_i E_i \quad (12)$$

unde: E_p reprezintă randamentul preconizat al unui portofoliu

E_i reprezintă rentabilitățile preconizate

X_i reprezintă valorile mobiliare

Toate valorile mobiliare X pot fi incluse, deoarece $X_i = 0$ dacă activul i nu este inclus în portofoliu.

Randamentul real al unui portofoliu este media ponderată a randamentului real al valorilor mobiliare componente, utilizând proporțiile investite, ca ponderi. Formula pentru E_p indică faptul că o relație comparabilă este valabilă pentru randamentele așteptate (previzionate).

Abaterile standard a ratei de rentabilitate a unui portofoliu depinde de abaterile standard de rentabilitate pentru titlurile sale componente, de coeficienții de corelație și de proporțiile investite:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (13)$$

unde: σ_p^2 reprezintă abaterea standard a ratei de rentabilitate

X_i, X_j reprezintă valorile mobiliare

ρ_{ij} reprezintă coeficientul de corelație

$\sigma_i \sigma_j$ reprezintă abaterile standard ale ratelor de rentabilitate

Formula este valabilă pentru toate valorile mobiliare, deoarece $X_i = 0$ dacă garanția i nu este inclusă în portofoliu.

Această relație de interzicere nu este complicată. Dubla însumare indică faptul că numerele N^2 trebuie adăugate împreună. Fiecare dintre numere este obținut prin substituirea uneia dintre perechile de valori posibile pentru i și j . Pentru $N = 2$, rezultă:

$$\sigma_p^2 = X_1 X_1 \rho_{11} \sigma_1 \sigma_1 + X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_2 X_1 \rho_{21} \sigma_2 \sigma_1 + X_2 X_2 \rho_{22} \sigma_2 \sigma_2 \quad (14)$$

Primii și ultimii termeni pot fi simplificați. În mod clar, rentabilitatea poate fi corelată perfect (pozitiv) cu ea însăși. Astfel $\rho_{11} = 1$, la fel ca ρ_{22} . Al doilea și al patrulea termen pot fi combinați, deoarece $\rho_{21} = \rho_{12}$. Rezultatul este:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad (15)$$

Produsul $(\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j)$ este C_{ij} , adică covarianța dintre i și j . Formula generală poate fi scrisă sub forma:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j C_{ij}, \quad (16)$$

unde: σ_p^2 reprezintă abaterea standard a ratei de rentabilitate

$X_i X_j$ reprezintă valorile mobiliare

C_{ij} reprezintă covarianța dintre i și j

Tabelul numărul 5 prezintă calculele pentru un exemplu care implică trei valori mobiliare. În fiecare parte valorile numerice sunt afișate în dreapta și variabilele în stânga.

Tabelul numărul 5a prezintă coeficienții de corelație și deviații standard pentru titluri. Observăm că există σ_1 de-a lungul diagonalei în tabelul coeficienților de corelație. De asemenea, fiecare intrare din triunghiul din stânga jos este egală cu intrarea corespunzătoare din triunghiul din dreapta sus. Desigur, acest lucru trebuie să fie valabil pentru orice tabel de coeficienți de corelație.

Fiecare intrare din tabel este produsul coeficientului de corelație, abaterea standard de lângă rândul său și abaterea standard deasupra coloanei sale.

Tabelul numărul 5 arată, de asemenea, proporția investită în fiecare dintre cele trei valori mobiliare. Cincizeci la sută din portofoliu este investit în activul 1, 30% în activul 2 și 20% în activul 3.

Covarianțele și proporțiile investite pentru trei valori mobiliare

Tabel 5

σ_1	σ_2	σ_3	5	15	10
------------	------------	------------	---	----	----

σ_1	$\rho_{1,1}$	$\rho_{1,2}$	$\rho_{1,3}$	5	1	.5	.6
σ_2	$\rho_{2,1}$	$\rho_{2,2}$	$\rho_{2,3}$	15	.5	1	.7
σ_3	$\rho_{3,1}$	$\rho_{3,2}$	$\rho_{3,3}$	10	.6	.7	1

X_1	X_2	X_3	.5	.3	.2
-------	-------	-------	----	----	----

X_1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	.5	25	37.5	30
X_2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	.3	37.5	225	105
X_3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$	$C_{3,3}$	.2	30	105	100

După cum rezultă din acest exemplu, nu este o chestiune banală să calculăm abaterea standard de rentabilitate pentru un portofoliu, în special una care conține multe titluri. Pentru a găsi setul de portofolii eficiente printr-un proces de enumerare și eliminare ar fi necesar să se calculeze abaterile standard de returnare pentru un număr mare de portofolii.

Concluzii

În activitatea pieței de capital se consideră că titlurile sunt indivizibile. În limitele specificate orice sumă dorită poate fi investită în fiecare dintre portofolii, iar rata reală a rentabilității nu este afectată doar de suma investită. Astfel, un portofoliu este definit și în funcție de proporția investită în fiecare titlu de valoare. Rata efectivă de rentabilitate a unui portofoliu se determină prin media ponderată a ratei de prețuri raportate la ratele de rentabilitate ale valorilor mobiliare, utilizând ca ponderi proporțiile portofoliilor investite.

Dacă rata de rentabilitate reală pentru fiecare titlu ar putea fi prevăzută cu exactitate, atunci s-ar putea prognoza rata de rentabilitate reală în cazul fiecărui portofoliu. Având în vedere că sunt în discuție de multe ori construirea de portofolii alternative, dintre acestea se va alege acela care dă rezultatele cele mai certe în legătură cu estimarea, previziunea, rentabilității finale.

Unul dintre atributele importante ale teoriei portofoliului constă în considerarea incertitudinilor care pot să existe. În acest sens, tragem concluzia

că relațiile dintre ratele de rentabilitate ale valorilor mobiliare pot fi stabilite în termen de coeficienți de corelație, coeficienți de determinare sau covarianță. În acest context, problema care se pune este aceea de a estima măsura în care rata de rentabilitate a fiecărei valori mobiliare este legată de rata tuturor celorlalte valori mobiliare care intră în constituirea portofoliului.

În activitatea practică asemenea estimări derivă dintr-un model relativ simplu al relațiilor dintre valorile mobiliare, utilizând un model econometric care conduce la rezultate precise și pe baza parametrilor respectivi se pot face estimări certe.

O altă concluzie este aceea că valoarea numerică a coeficientului de corelație depinde de similaritatea fiecărei perechi de rezultate. Din acest punct de vedere putem aprecia că unul din atributele majore ale teoriei portofoliului este accentul pus pe incertitudinea care există. De regulă, relațiile dintre ratele de rentabilitate ale valorilor mobiliare pot fi stabilite în termen de coeficienți de determinare și covariație. Corelația nu implică întotdeauna cauzalitate, după cum sugerează denumirea, aceasta indică doar în măsura în care cele două valori mobiliare considerate sunt corelate. În cazul unei corelații perfecte există o relație liniară exactă între profiturile pe cele două titluri, acesta putând fi demonstrată utilizând un model econometric adecvat.

După cum rezultă din modul în care a fost prezentat studiul efectuat de autori, problema valorilor mobiliare în construirea portofoliului este de maximă importanță, deoarece prin calcularea abaterii standard a rentabilității unui portofoliu putem evidenția în mod individual care sunt titlurile și valorile mobiliare care trebuie luate în considerație.

Analiza de mai sus poate fi exprimată și prin utilizarea altor modele econometrice de extindere a acestor aspecte ale valorilor mobiliare.

Bibliografie

1. Anghelache C, Anghel M.G., Marinescu A.I., Popovici M. (2019), *Forecasts regarding the low frequency evolution of portfolios*, Romanian Statistical Review, Supplement, no. 10/2019
2. Anghel M.G, Anghelache C. , Radu I. (2020), *Study models of the capital market volatility in some countries that joined to the European Union in the last wave*, Romanian Statistical Review, Supplement, no. 9/2020
3. Anghel M.G, Petre A., Olteanu C. (2019), *Modeling under continuous and discrete time conditions*, Romanian Statistical Review, Supplement, no. 12/2019
4. Black, F. (1972), *Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing*, The Journal of Business, 45.3, 444-555. Ferreira, M.A., Santa-Clara, P. (2011). *Forecasting stock market returns: The sum of the parts is more than the whole*, Journal of Financial Economics, 100 (2011), 514-537
6. Iacob Ș.V., Dumitru D., Popovici M. (2020), *The main issues regarding the choice of portfolio and the testing of the model regarding the price of capital assets*, Romanian Statistical Review, Supplement, no. 2/2020
7. Welch, I., Goyal, A. (2008). *A comprehensive look at the empirical performance of equity premium prediction*. Review of Financial Studies, 21 (4), 1455-1508