
Diversificarea temporală în consum și economisire

Prof. univ. dr. Constantin ANGHELACHE

Academia de Studii Economice București, Universitatea „ARTIFEX” București

Prof. univ. dr. Radu Titus MARINESCU

Universitatea „ARTIFEX” București

Asistent univ dr. Diana Valentina DUMITRESCU

Universitatea „ARTIFEX” din București

Abstract

Conceptul portofoliului dinamic s-a impus în literatura de specialitate odată cu extinderea orizontului temporal al analizei și modelării comportamentului investițional. Astfel, ieșind din lipsa de definiție pe care analiza statică a impus-o rezultatului alegerii agentului, extinderea orizontului temporal și implicarea acestuia ca factor dinamic activ în procesele deciziei investiționale au sporit șansele unei analize cât mai amănunțite și ale unei modelări cât mai fidele a proceselor psihologice subîntinse deciziei individuale.

Cuvinte cheie: *diversificare, risc, consum, toleranță, predicție*

Clasificare JEL: *G10, G11*

Introducere

În context investițional, se precizează o dată de consum unică. Aceasta implică faptul că toate riscurile asumate de-a lungul vieții s-au generat la acea dată. În cele mai multe situații, investitorii vor dori să utilizeze portofoliile proprii pentru a finanța consumul de-a lungul vieții. Evident, acest model este mult simplificat. De exemplu, stimulentele din impozite reale pot lucra împotriva acestei posibilități. Această situație prezintă un important avantaj, de alocare a riscurilor curente privitoare la bunăstare în riscuri mai mărunte privind un orizont larg al consumului. Aceasta produce un important efect de diversificare în timp, ceea ce îi determină pe cei cu un orizont al planificării mai extins să își asume mai multe riscuri.

Literature review

Dacă consumatorii nu pot împrumuta bani atunci când există un șoc temporar negativ asupra veniturilor lor ei vor fi mult mai dornici să acumuleze bunăstare *ex ante*. Acest depozit tampon conduce la un nou motiv de a economisi (Deaton 1991; Carroll 1997). Anghelache, Anghel și Manole (2015) descriu instrumentele modelării pentru domeniul economic. Anghelache, Anghel

și Popovici (2015) aplică regresia multiplă în analiza consumului public și privat, Anghelache, Soare și Popovici (2015) evaluează influența consumului final asupra evoluției Produsului Intern Brut al României, o analiză a aceluiași indicator macroeconomic este realizată de Anghelache, Manole și Anghel (2015). Anghelache, (2008), Anghelache, Mitruț și Voineagu (2013) se preocupă de măsurarea indicatorilor macroeconomici, Anghelache și Voineagu (2009), Anghelache, Anghelache și Bădulescu (2008), Ghysels și Osborn (2001) studiază seriile de timp. Hribar și McInnis (2012) analizează erorile de previzionare a beneficiilor asociate investițiilor. Kalaman și Zhalinska (2012) descriu rolul fondurilor de investiții în finanțarea inovării. Ravi et.al. (2014) se preocupă de corelația între volatilitate și prețurile activelor.

Aspecte generale privind diversificarea temporală

Pentru a explica aceasta, să considerăm un model mai simplu în care agentul are ocazia să își asume un risc la data $t = -1$. Mai detaliat, presupunem că profitul pentru jocul asumării riscului inițial $z(\alpha_0, \tilde{x})$, unde α_0 reprezintă o variabilă decizională, iar $\tilde{x}$ este o variabilă oarecare. În continuare, agentul consumă pe durata perioadelor rămase n , numerotate $t = 0, \dots, n-1$. Să presupunem că agentul poate economisi sau împrumuta cu o rată a dobânzii zero, și că el nu are ocazii să își asume riscuri începând cu data $t = 0$. Mai mult, în fiecare perioadă el câștigă un venit y din muncă.

Această problemă indică aceeași structură dinamică prezentată în secțiunea 7.1. Pentru a determina expunerea optimă la risc în prima perioadă, este nevoie să rezolvăm mai întâi problema consum- economisire după ce efectul riscant este indicat. Pentru o bunăstare dată z acumulată anterior datei $t = 0$, putem nota

$$v(b) = \max_c \sum_{t=0}^{n-1} p_t u(c_t) \text{ supus restricției } \sum_{t=0}^{n-1} c_t = b + ny$$

unde p_t este un factor de reducere asociat datei t , iar $z + ny$ este bunăstarea la nivelul întregii vieți. Cu această funcție de valoare v , se poate determina nivelul optim al asumării toleranței la riscul inițial relativ la funcția valorică v .

Așa cum observăm mai înainte, structura problemei consum – economisire este esențial aceeași ca problema portofoliului Arrow – Debreu din Propoziția &.1. Principala diferență constă în faptul că nu dispunem de prețuri de stare, astfel că trebuie să presupunem că $\prod_s = 1$ pentru toți s . Din propoziția de mai sus, deducem:

$$Tv(b) = \sum_{t=0}^{n-1} T(c_t^*)$$

unde c_t^* reprezintă soluția optimă a problemei. În problema raportului cert dintre consum și economisire pentru datele $t = 0, n-1$ cu rata a dobânzii zero, gradul de toleranță față de risc la bunăstarea inițială egalează suma toleranțelor absolute față de riscul în consum de-a lungul vieții consumatorului.

Vom examina în continuare efectul unei creșteri în n asupra lui $T_v(z)$. Pentru simplificare, să presupunem că consumatorii nu sunt nerăbdători, astfel că $p_t = 1$ pentru toți t . Astfel, este optim să calmezi complet consumul: $c_t^* = y + (z/n)$ la fiecare dată t . În acest aranjament, toate câștigurile și pierderile asumate la primul risc sunt alocate egal de-a lungul perioadelor de consum n rămase. Proprietatea poate fi scrisă sub forma:

$$Tv(b) = nT\left(y + \frac{z}{n}\right)$$

Pentru un risc inițial mic (z mic), toleranța absolută la risc relativ la bunăstare este proporțională cu durata vieții jucătorului. Astfel, un agent care așteaptă să trăiască de două ori mai mult decât un alt agent cu același venit anual, poate investi aproximativ de două ori mai mult în acțiuni decât celălalt la data $t = 1$. Acesta este sensul real care ar trebui acordat noțiunii de "diversificare temporală".

Desigur, presupunem că există doar un singur punct în timp când consumatorii își asumă riscul. În lumea reală, consumatorii pot deține acțiuni și își pot suma riscuri în orice moment. Această presupunere mult mai realistă nu va schimba rezultatul obținut anterior în cazul HARA. Într-adevăr, utilizând inducția inversă, adăugînd soluția de asumare a riscului în viitor nu s-ar schimba concavitatea funcției valorice la o dată oarecare atunci când HARA este presupusă. Agenții sunt absenți față de riscurile viitoare în acest caz, iar proprietatea anterioară încă se susține.

O altă evaluare într-un fundal mai realist o reprezintă existența restrângerilor de bani lichizi. Diversificarea temporală operează bine numai în situația în care consumatorii pot împrumuta bani cu o dobândă acceptabilă atunci când sunt confrunțați cu un șoc advers asupra veniturilor proprii și când rezervele lor bănești sunt epuizate. Aceasta este o presupunere nerealistă. Agenții care nu dispun de lichidități, nu pot face față unui șoc negativ asupra veniturilor împrumutând bani de la banca lor. Ei nu pot recurge la o diversificare temporală completă. Asemenea restrângeri financiare implică situația în care agenții ar trebui să aibă o aversiune mai mare față de riscuri. Acesta este un argument suplimentar în favoarea descreșterii absolute a aversiunii față de risc.

Câteva aspecte privind managementul de portofoliu cu încasări predictibile

Am examinat o problemă decizională de portofoliu în care ocazia stabilită pentru investiție era invariabilă în timp. În lumea reală, se întâmplă adesea ca stabilirea ocaziei să se facă stocastic, și unele schimbări de stare să fie predictibile. Predictibilitatea poate apărea, de exemplu, din existența unei corelații seriale ale încasărilor relative la acțiuni. Existența unei reversibilități a mijloacelor în cazul încasărilor relative la acțiuni a fost acceptată recent: O încasare mare dintr-un portofoliu riscant astăzi implică o încasare mai mică așteptată mâine. Veștile bune venite astăzi implică vești proaste în viitor în privința oportunităților.

În această secțiune, avem în vedere efectul unei asemenea predictibilități a portofoliului dinamic optim. Evident, investitorii vor urma o strategie flexibilă în care expunerea optimă la risc este condiționată de organizarea oportunității. Dar, investitorii vor încerca să anticipeze orice șoc al cadrului de oportunități. Mai exact, pot lua în calcul posibilitatea acoperirii împotriva oricăror vești proaste legate de contextul oportunităților lor viitoare. Desigur, aceasta se realizează relativ simplu, dacă schimbările sunt statistic corelate cu profiturile curente. Cererea de acțiuni datorată acestei anticipări de numește "cerere de acoperire" pentru acțiuni. Întrucât acțiunile sunt gândite ca fiind mai sigure pe termen lung decât pe termen scurt, intuiția sugerează că un investitor cu un orizont de planificare mai lung își va asuma riscuri mai devreme în viață.

De dragul simplificării, limităm analiza la cazul aversiunii relativ constante față de risc γ cu un orizont cu două perioade de timp. Aversiunea relativ constantă față de risc implică miopia relativă la orizontul de timp în absența predictibilității. Presupunem că economia are un activ neriscant cu zero încasări și unul riscant, al cărui profit pentru perioada t este denotat cu $\tilde{x}_t$, $t = 0, 1$. Cadrul oportunității în a doua perioadă este complet descris de $\tilde{x}_1$. Predictibilitatea vine din presupunerea că distribuția lui $\tilde{x}_1$ este corelată cu $\tilde{x}_0$. Să presupunem că $E\tilde{x}_0 > 0$. Investitorii investesc numai în vederea pensionării la sfârșitul celei de-a doua perioade, astfel încât nu există un consum intermediar.

Pentru a determina cererea optimă pentru activul riscant din prima perioadă, și în particular componenta de acoperire, este necesar să urmărim metoda prezentată anterior. Să începem cu soluționarea problemei cu care s-au confruntat investitorii în a doua perioadă pentru fiecare situație posibilă. Ceea ce este nou aici este descris nu numai de bunăstarea z acumulată în acea vreme, dar și de profitul realizat x_0 al activului riscant din prima perioadă. Mai exact, funcția valorică v este definită prin:

$$v(b, x_0) = \max_{\alpha} x E \left[\frac{(b + \alpha \tilde{x}_1)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \mid x_0 \right]$$

Am văzut că soluția optimă pentru acest program este o funcție separabilă $\alpha_1(z, x_0) = a(x_0)z$. Aceasta implică la rândul său că funcția valorică este separabilă, cu $v(z, x_0) = h(x_0)z^{1-\gamma/(1-\gamma)}$, unde

$$h(x_0) = E[(1 + a(x_0)\tilde{x}_1)^{1-\gamma} \mid x_0].$$

Acum, ne întoarcem la problema deciziei din prima perioadă. Aceasta poate fi scrisă ca

$$\alpha_0^* = \arg \max_{\alpha} H(\alpha) = E \left[h(\tilde{x}_0) \frac{(\omega_0 + \alpha \tilde{x}_0)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]$$

Pentru a determina componenta de acoperire pentru cererea de active riscante, comparăm α_0^* față de cererea de active riscante atunci când nu există nici o predictibilitate, de exemplu când $\tilde{x}_1$ este independent de $\tilde{x}_0$. În acest caz, știm că miopia este optimă. Astfel, în absența predictibilității investitorii ajung la varianta:

$$\alpha_0^m = \arg \max_{\alpha} E \left[\frac{(\omega_0 + \alpha \tilde{x}_0)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]$$

Când profiturile sunt cumva predictibile, cererea de acoperire este definită ca $\alpha_0^* - \alpha_0^m$. Această cerere de acoperire va fi pozitivă dacă derivata lui H evaluată la α_0^m este pozitivă. Cu alte cuvinte relația devine

$$H'(\alpha_0^m) = E[\tilde{x}_0 h(\tilde{x}_0)(\omega_0 + \alpha_0^m \tilde{x}_0)^{-\gamma}] \geq 0$$

$$\text{ori de câte ori } E[\tilde{x}_0(\omega_0 + \alpha_0^m \tilde{x}_0)^{1-\gamma}] = 0$$

Pentru a evalua un tip specific de predictibilitate, să examinăm cazul în care o creștere în x_0 deteriorează distribuția lui $\tilde{x}_1$ în sensul dominanței stocastice de ordin prim (FSD). Un caz special este acela când procesul stocastic $(\tilde{x}_0, \tilde{x}_1)$ indică o reversare a mijloacelor. Să presupunem că distribuția condițională a lui $\tilde{x}_1$ poate fi scrisă ca $\tilde{x}_1 \mid \tilde{x}_0 = -k\tilde{x}_0 + \tilde{\varepsilon}$, unde $\tilde{\varepsilon}$ este asumat ca independent de $\tilde{x}_0$ și unde k este un scalar pozitiv. Întrucât orice schimbare FSD în $\tilde{x}_1$ reduce EU al bunăstării finale, această presupunere implică $\partial v / \partial x_0$ negativ. De vreme ce $v(z, x_0)$ este egal cu $h(x_0)z^{1-\gamma/(1-\gamma)}$, rezultă că h' trebuie să fie negativ atunci când $\gamma < 1$ și h' când $\gamma > 1$.

Să presupunem că aversiunea relativă față de risc γ este mai mare decât unitatea. Întrucât h' trebuie să fie pozitiv în acest caz, urmează că pentru toți x_0 ,

$$x_0 h(x_0) (w_0 + \alpha_0^m x_0)^{-\gamma} \geq x_0 h(0) (w_0 + \alpha_0^m x_0)^{-\gamma}$$

Pentru a doua situație rezultă că

$$H'(\alpha_0^m) \geq h(0) E[\tilde{x}_0 (w_0 + \alpha_0^m \tilde{x}_0)^{1-\gamma}] = 0$$

Astfel, cererea de acoperire este pozitivă când aversiunea relativă față de risc este mai mare decât unitatea. Dacă avem însă o aversiune relativă față de risc mai mică decât unitatea, $\gamma < 1$, atunci h' este negativ și inegalitatea de mai sus este inversată. Acest rezultat este prezentat în următoarea propoziție.

Presupunem că o creștere a profitului primei perioade deteriorează distribuția profitului celei de a doua perioade în sensul dominanței stocastice de prim ordin. Apoi, cererea de acoperire pentru active riscante este pozitivă (respectiv negativă) dacă aversiunea relativă constantă față de risc este mai mare (respectiv mai mică) decât unitatea.

Un alt mod de a interpreta acest rezultat este următorul: când aversiunea relativă față de risc este constantă și mai mare decât unitatea, un orizont temporal mai lung ar trebui să inducă investitorilor dorința asumării mai multor riscuri. Contrariul este adevărat dacă aversiunea relativă față de risc este mai mică decât unitatea. Să notăm faptul că atunci când investitorii au o funcție de utilitate logaritmică ($\gamma = 1$) miopia este încă optimă în prezența predictibilității. Alegerea unui risc inițial de portofoliu este dictată de prăbușirea valorii marginale a bunăstării la sfârșitul perioadei inițiale. Această valoare marginală a bunăstării depinde de cadrul oportunităților viitoare. Dacă predictibilitatea reduce valoarea marginală a bunăstării în stările ei de abundență, și o face să crească acolo unde ea este scăzută, atunci predictibilitatea are același efect ca o reducere a aversiunii față de risc: ea ridică nivelul optim de risc în portofoliu. Drept urmare, observăm că pasul central al analizei îl constituie determinarea efectului pe care schimbarea produsă de noi care deteriorează FSD în profitul generat de un activ riscant va avea efectul pe care îl va avea asupra valorii marginale a bunăstării. În cazul special al reversării mijloacelor, putem să vedem două efecte diferite ale creșterii în x_0 . Primul efect este efectul bunăstării: întrucât profitul așteptat în a doua perioadă devine mai mic, la fel se întâmplă și cu bunăstarea, devine mai mică. Acest eveniment crește valoarea marginală a bunăstării, de vreme ce v este concav z . Al doilea efect este un efect de precauție: investitorii vor investi mai puțin în activul riscant reducând astfel expunerea la risc. Din prudență, acesta reduce valoarea marginală a bunăstării. Efectul global al unei creșteri în x_0 a valorii marginale a bunăstării este astfel ambiguu. Când aversiunea relativă față de risc este constantă și mai mare decât unitatea (și

asta se întâmplă dacă și numai dacă prudența absolută este mai mică decât de două ori aversiunea absolută față de risc, ceea ce explică de ce această condiție implică faptul că efectul precauției este dominat de efectul bunăstării), efectul bunăstării domină întotdeauna efectul precauției, și cererea de acoperire este pozitivă. Când aversiunea relativă față de risc este mai mică decât unitatea, efectul bunăstării este dominat de efectul precauției.

Să presupunem că la fel ca în procesul de învățare a lui Bayes, o creștere a profitului în prima perioadă îmbunătățește distribuția profitului în a doua perioadă în sensul dominanței stocastice de prim ordin. Apoi, cererea de acoperire pentru activul riscant este negativă(respectiv pozitivă) dacă aversiunea relativă constantă față de risc este mai mare(respectiv mai mică) decât unitatea.

Să presupunem că aversiunea relativă față de risc este constantă și egală cu $\gamma = 2$. Să rezolvăm problema alegerii portofoliului în a doua perioadă condiționată de fiecare dintre cele două posibile observații făcute în prima perioadă. Dacă se observă un profit mare în prima perioadă, calculul direct arată că investitorul trebuie să investească $a(2) = 40,22\%$ din bunăstarea lui în active riscante în timpul celei de a doua perioade a vieții. Funcția de valoare $v(z, 2)$ este egală cu $0,76u(z)$ în acest caz. Pe de altă parte, dacă se observă un profit scăzut în prima perioadă, investiția optimă în a doua perioadă ar presupune $a(-1) = -12,67\%$ din bunăstarea investită în activul riscant, iar funcția de valoare $v(z, -1)$ este egală cu $0,97u(z)$.

Întorcându-ne la problema primei perioade, investitorul rezolvă următoarea problemă: $\max_{\alpha} \frac{1}{2}0,76u(w_0 + 2\alpha) + \frac{1}{2}0,97u(w_0 - \alpha)$.

Aceasta generează o cerere optimă pentru activul riscant din prima perioadă al lui $\alpha_0^* = 7,66\%$ din bunăstarea inițială w_0 . Este ușor de verificat că agentul care suferă de miopie sau acționează miopic ar investi $\alpha_0^m = 12,13\%$ din bunăstarea proprie în activul riscant. De aceea, cererea de acoperire $\alpha_0^* - \alpha_0^m$ este negativă, arătând astfel că procesul de învățare tinde să inducă un comportament investițional prudent în stadiile timpurii ale procesului de învățare.

Bibliografie

1. Anghelache, C., Anghel, M.G., Manole, A. (2015). *Modelare economică, financiar-bancară și informatică*, Editura Artifex, București
2. Anghelache, C., Anghel, M.G., Popovici, M. (2015). *Multiple Regressions Used in Analysis of Private Consumption and Public Final Consumption Evolution*, International Journal of Academic Research in Accounting, Finance and Management Sciences, Volume 5, No. 4, October 2015, pp. 69-73
3. Anghelache, C., Soare, D.V., Popovici, M. (2015). *Analysis of Gross Domestic Product Evolution under the Influence of the Final Consumption*, Theoretical and Applied Economics, Volume XXII, No.4 (605), Winter, pp. 45-52

-
4. Anghelache, C., Manole, A., Anghel, M.G. (2015). *The analysis of the correlation between GDP, private and public consumption through multiple regression*, Romanian Statistical Review - Supplement, No. 8, pp. 34 – 40
 5. Anghelache, C., Mitruț, C., Voineagu, V. (2013). *Statistică macroeconomică. Sistemul Conturilor Naționale*, Editura Economică, București
 6. Anghelache, C., Voineagu, V. (2009). *Seriile de timp utilizate ca traiectorii ale proceselor stocastice*, Simpozion național „Management și performanță economică”, Editura Artifex, pp. 207-214
 7. Anghelache, C. (2008). *Tratat de statistică teoretică și economică*, Editura Economică, București
 8. Anghelache, C., Anghelache, G.V., Bădulescu, M. (2008). *Analiza seriilor de timp prin utilizarea metodei spectrale*, Revista Română de Statistică Supliment, nr. 3, pp. 10-26
 9. Carroll, C.D. (1997). *Buffer-stock saving and the life cycle/permanent income hypotheses*, Quarterly Journal of Economics, 112
 10. Deaton, A. (1991). *Saving and liquidity constraints*, Econometrica, 59
 11. Ghysels, E., Osborn, D. (2001). *The Econometric Analysis of Seasonal Time Series*, Cambridge University Press
 12. Hribar, P., McNinnis, J. (2012). *Investor Sentiment and Analysts' Earnings Forecast Errors*, Management Science 58, no. 2, pg. 293-307
 13. Kalaman, O., Zhalinska, O. (2012). *Venture capital as a major source of investment in innovation*, Journal of Applied Management and Investments, Volume (Year): 1 (2012), Issue (Month): 1 (), pp. 92-98
 14. Ravi, B., Kiku, D., Shaliastovich, I., Yaron, A. (2014). *Volatility, the Macroeconomy, and Asset Prices*, Journal of Finance 69, no. 6, pg. 2471-2511