
Model privind managementul dinamic al portofoliului de acțiuni

Prof. Conf. Dr. Constantin ANGHELACHE

Academia de Studii Economice

Universitatea "Artifex" Bucuresti

Conf. Univ. Dr. Gabriela ANGHEL

Universitatea "Artifex" Bucuresti

Drd. Marius POPOVICI

Academia de Studii Economice

Abstract

Studierea managementului dinamic al portofoliului de acțiuni face parte dintr-o abordare teoretică și de cercetare, care a fost inițiată la sfârșitul anilor '60 de către Merton și Samuelson. Ei au explorat și au definit portofoliul dinamic în cadrul unei economii continue cu funcții de utilitate HARA. În 1968, Mossin a demonstrat că funcțiile HARA sunt singurele funcții pentru care abordarea mioapă este optimă atunci când nu există corelații seriale pentru profituri. În anii '90, Deaton și Carroll au examinat efectul constrângerilor lichidităților asupra comportamentului optim de economisire. Mai târziu, în 2000, Barberis a estimat importanța predictibilității castigului pe piața americană de schimb. În 1999 și 2000, Campbell, Viciera și Barberis au estimat numeric aceasta cerere de investiție. Efectul predictibilității profitului pe structura optimă a portofoliului inițial a devenit surprinzător de important pentru un agent cu aversiune față de risc egal cu 10 și o strategie de timp dezvoltată pe un orizont de timp de zece ani. Investiția optimă în acțiuni reprezintă 40% din bogăția actuală, fără predictibilitate. Acest lucru va urca până la 100%, când se ia în calcul scop – reversie. Dar, totuși în 1986, Detemple a examinat deja problema cererii de active în condițiile informațiilor incomplete și de învățare.

Cuvinte cheie: *management dinamic, portofoliu de acțiuni, funcții HARA, orizont de timp, predictibilitate, funcții de utilitate.*

1. INTRODUCERE

Întotdeauna ne întrebăm dacă deciziile noastre de investiții ar putea fi modelate matematic și statistic într-un mod care să permită stabilirea unei strategii dinamice. Cu alte cuvinte, vom încerca să evaluăm efectul orizontului de investiții al unui investitor în ceea ce privește riscurile legate de portofoliul său.

Tratamentele aplicate în mod obișnuit acestui subiect sugerează ca orizontul timp, pe termen scurt, va duce la strategii excesiv de conservatoare.

În 1989 Samuelson și alții, au adresat următoarele întrebări: "Pe măsură ce îmbătrânim și orizontul investițional scade, ar trebui să reducem expunerea la dividende profitabile, dar riscante?" Înțelepciunea conventională va găsi un răspuns afirmativ la această întrebare. Va spune că investitorii cu un orizont pe termen lung, pot tolera un risc mai mare deoarece eu am mai mult timp la dispoziție pentru a recupera pierderile tranzacționale. Teoria științifică nu susține acest argument. În special Samuelson, în lucrările din 1963 și 1989, consideră că această "diversitate temporală" este bazată pe o interpretare eronată a Legii Numerelor Mari. Repetând un tipar investițional pe mai multe perioade de timp, nu generează nici un risc chiar și pe perioade mari de timp.

Această eroare sau eroare logică este ilustrată în problema următoare formulată de Samuelson în 1963. Dacă $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$ exprimă variabilă independența bogăției, identic și sunt distribuite aleatoriu, atunci $\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 + \dots + \tilde{x}_n$ este caracterizat de o variație de n ori mai mare decât fiecare dintre aceste riscuri. Următoarea expresie matematică susține Legea Numerelor Mari:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i$$

(not $\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i$) se îndreaptă către $E\tilde{x}_1$ aproape sigur cum n se îndreaptă către infinit.

Subdivizând și neadaugând riscuri, diversitatea riscurilor poate dispărea.

2. CATEVA ASPECTE CU PRIVIRE LA DIVERSITATEA DECIZIONALĂ

Problemele decizionale dinamice au nevoie de o înțelegere specială a metodei "inducției inverse". Să presupunem că trebuie să facem o secvență de două decizii α_0 în perioada 0 și α_1 în perioada 1. Decizia α_0 face referire la expunerea la risc cu profit $z(\alpha_0, x)$ depinzând de realizarea lui x cu o variabilă aleatorie $\tilde{x}$. Este important de notat faptul că x apare după selecția lui α_0 , dar înainte de a lua decizia α_1 . Obiectivul *ex ante* este să maximizeze așteptările funcției $U\alpha$ pentru $(\alpha_0, \alpha_1, \tilde{x})$:

$$\max_{\alpha_0, \alpha_1} EU(z(\alpha_0, \tilde{x}), \alpha_1).$$

"Inducția inversă" constă, în primul rând, în rezolvarea problemei celei de-a doua perioade. Acest set de rezultate se rezumă complet de rezultatul z obținut în timpul primei perioade. Strategia optimă α_1^* pentru cea de-a doua perioadă va depinde în general de z numit dinamica variabila a programului.

Problema contingentului celei de-a doua perioade la „starea x ” este rescrisă ca

$$v(z) = \max_{\alpha_1} U(z, \alpha_1)$$

Valoarea optimă a unui obiectiv dat z este scris $v(z)$. Funcția v este numită funcție valoare sau funcție Bellman. Problema primei perioade poate fi rezolvată selectând riscul expunerii α_0 care maximizează așteptările funcției valoare $Ev(z(\alpha_0, \tilde{x}))$. Făcând astfel, factorul de decizie internalizează efectul viitoarelor contribuții decizionale privind profit U , fiind dată definiția v . Factorul de decizie este numit „consistent dinamic”. Tehnica va transforma orice problema dinamică într-o secvență de probleme statice folosind funcția valoare.

3. PRINCIPALELE ASPECTE PRIVIND DINAMICA INVESTITIEI

Să considerăm următoarea problemă. Un investitor caracterizat de venituri α_0 trăiește raportat la două perioade. La începutul fiecărei perioade, el are oportunitatea să presupună un anumit risc care se va realiza și va fi vizibil la sfârșitul primei perioade. Este important să se sezeze că investitorul va fi informat cu privire la câștigul sau pierderile generate de riscul presupus în prima perioadă, înainte de a fi informat cu privire la mărimea riscului care va avea loc în a doua perioadă. Aceasta situație va genera dinamica de natură intrinsecă a problemei și va induce o anumită flexibilitate esențială pentru orice management dinamic al riscului. Pentru a putea ilustra acest aspect, investitorii vor accepta un risc mai mic în a doua perioadă în cazul în care au avut pierderi mari de portofoliu în prima perioadă.

Mai exact, să presupunem că problema celei de-a doua perioade reprezintă o decizie portofoliu Arrow-Debreu. Sunt S posibile stări naturale $s=0, \dots, S-1$. Dominanta nesigură a celei de-a doua perioade este definită de vectorul de probabilitate $(p_0, \dots, p_{S-1})$. Π_s este pretul unitar al securității Arrow-Debreu asociată cu starea s . Să presupunem că rata liberă de risc este zero. Ceea ce înseamnă că o creanță achită un Leu pentru fiecare stare naturală, care ea însăși ar trebui să coste 1 Leu: Cu alte cuvinte, dacă investitorul se expune riscului în cea de-a doua perioadă, el va sfârși având aceeași avere pe care o avea în prima perioadă. Fiind dat z ca avere acumulată la sfârșitul primei perioade, investitorul va selecta un portofoliu $(c_0, \dots, c_{S-1})$ care va maximiza EU a averii sale la sfârșitul primei perioade, subiect al constrângerilor de buget:

$$v(z) = \max_{c_0, \dots, c_{S-1}} \sum_{s=0}^{S-1} p_s u(c_s) \quad \text{subject to} \quad \sum_{s=0}^{S-1} \Pi_s c_s = z$$

In timpul perioadei zero, investitorul ar trebui sa ia o decizie α_0 sugerand o contribuție $z(\alpha_0, x)$, care depinde de realizarea lui x a unei variabile aleatorii $\tilde{x}$. In mod particular, aceasta ar putea fi o alta problemă a alegerii portofoliului. Expunerea optimă la risc in perioada 0 este obținută rezolvand urmatorul program:

$$\alpha_0^* \in \arg \max_{\alpha_0} E v(z(\alpha_0, \tilde{x}))$$

Intentionăm să estimăm impactul oportunitatii asumarii riscului in cea de-a doua perioada a expunerii la risc in prima perioada. Pentru a realiza acest aspect, comparăm solutia α_0^* obținută in programul dinamic cu expunerea optima la risc din prima perioada, cand nu este nici o asumare optimă a riscului in a doua perioada. Investitorul cu o durata mica a vietii, la fel ca si investitorul miopic, ar putea selecta nivelul α_0 care ar trebuie sa maximizeze EU lui $z(\alpha_0, \tilde{x})$:

$$\hat{\alpha}_0 \in \arg \max_{\alpha_0} E u(z(\alpha_0, \tilde{x}))$$

Gradul absolut de tolerantă la risc al lui v este caracterizat de urmatoarea prepozitie. *Valoarea funcției pentru problema portofoliului Arrow-Debreu are un grad absolut de tolerantă, dat de*

$$T_v(z) = -\frac{v'(z)}{v''(z)} = \sum_{s=0}^{S-1} \pi_s T(c_s^*)$$

Unde c^* este soluția optimă pentru problema și $T(\cdot) = -u'(\cdot)/u''(\cdot)$ reprezintă toleranța absolută la risc pentru consumul final.

Demonstrație: Solutia optima a problemei discutată aici este indicată de $c^*(z)$. Satisface urmatoarea condiție a primei ordini:

$$u'(c_s^*(z)) = \xi(z)\pi_s, \quad s = 0, \dots, S-1$$

unde $\pi_s = \Pi_s/p_s$ reprezinta prețul pe unitate de probabilitate, și $\xi(z)$ reprezintă mutiplicatorul Lagrange asociat unui z particular.

4. ELEMENTE PRIVIND DIVERSITATEA TIMPULUI

Să considerăm un model mai simplu, unde investitorul are șansa să isi asume riscul in momentul $t1$. Mai detaliat, presupunem ca plata pentru jocul asumării riscului inițial este $z(\alpha_0, \tilde{x})$, unde α_0 reprezinta o decizie variabilă, si $\tilde{x}$ este o variabilă aleatorie. Mai departe, investitorul are un anumit consum in timpul perioadelor ramase n , numerotate $t = 0, \dots, n-1$. presupunem ca investitorul ar putea salva sau imprumuta cu o dobanda zero și nu are

oportunitatea de a risca incepand cu $t = 0$.

Mai mult, in fiecare perioadă el are venit y din muncă. Problema indică aceeași structura dinamică prezentată anterior. Pentru a determina expunerea optimă la risc in prima perioadă, este necesară rezolvarea problemei consumului inițial imediat ce un efect riscant este indicat.

Asa cum a fost indicat anterior, structura problemei economisirii consumului este in esență aceeași cu portofoliul Arrow-Debreu din prepozitia anterioara. Principala diferență constă in faptul ca nu avem prețuri de stat, asa ca trebuie sa presupunem pentru toți s . La fel ca problema economisirii consumului, cu certitudine pentru datele $t = 0, n - 1$ cu zero rata a dobanzii. Cu o rata zero a dobanzii, gradul de toleranță a riscului la averea inițiala este egală cu suma toleranțelor absolute față de risc a consumului relationat cu averea si este proportional cu durata de viață a investitorului. In acest mod, acesta se așteaptă sa traiască de 2 ori mai mult decât un alt investitor cu același venit anual, și poate investi de aproximativ 2 ori mai mult in acțiuni decât celălalt $t = 1$. Acesta este adevaratul sens al "diversității temporale".

Bineinteles, presupunem ca este doar un singur moment cand consumatorii isi asuma riscuri. In realitate, consumatorii pot avea actiuni si isi pot asuma riscuri in orice moment. Această presupunere mai realistica nu va schimba rezultatul anterior al cazului HARA. Folosind inducția inversă si adaugând oportunități de presupunere a riscurilor viitoare este posibil sa nu se poată schimba concavitătea functiei valoare la o dată aleatorie cand HARA este admisă.

In acest caz, investitorii sunt miopi cu privire la viitoarele riscuri.

5. ELEMENTE PRIVIND PREDICTABILITATEA IN MANAGEMENTUL DE PORTOFOLIU

Existența reversiei medii in profitul acțiunilor este o realitate recent acceptată. Așadar, un câștig mare in portofoliul riscant de astazi poate suferi un câștig mai mic maine. Veștile bune de astazi pot aduce vești proaste pentru oportunități viitoare. Luăm in considerare acest tip de predictibilitate pentru dinamica optimă a portofoliului. Evident, investitorii vor urmări o strategie flexibilă cu o expunere optimă la risc conditionată de oportunitatea organizarii. Totuși, investitorii, vor incerca sa anticipeze posibile actiuni cu organizarea oportunității. Pot lua in considerare posibilitatea investirii impotriva veștilor proaste despre setul de oportunitati. Acest lucru este usor de facut daca schimburile sunt statice corelate cu veniturile actuale. Cererea pentru acțiuni, datorată anticipării este numită „cerere investitională pentru acțiuni”. Deoarece acțiunile sunt considerate mai sigure pe termen lung decât pe termen scurt, intuitiv se sugerează că un investitor cu un orizont mai larg

de planificare va risca mai mult decat cineva mai tânăr.

Pentru a simplifica, vom limita analiza noastră la o constanta relativă a aversiunii față de risc γ cu un orizont de timp cu două perioade. Constanta relativă a aversiunii față de risc, sugerează miopie relativă a orizontului de timp cand predictibilitatea este absentă. Presupunem ca economia are un bun lipsit de risc cu zero profit și un bun cu risc al carui profit în perioada t este arătat de $\tilde{x}_t$, $t = 0, 1$. Setul de oportunități din cea de-a doua perioada este complet descris de $\tilde{x}_1$. Predictabilitatea provine din presupunea ca distribuirea lui $\tilde{x}_1$ este corelata cu $\tilde{x}_0$. Presupunem ca $E\tilde{x}_0 > 0$. Investitorii investesc raportându-se la retragerea finală din cea de-a doua perioadă de consum intermediar. Pentru a determina cererea optimă pentru bunurile din prima perioadă, și în particular componenta investițională, este necesară urmărirea metodei prezentata în secțiunea 2.

Cand veniturile sunt oarecum previzibile, cererea investițională este definită ca $w_0^* - w_0^m$. Această cerere de investitie va fi pozitivă dacă derivatul H evaluat la w_0^m este pozitiv. Cu alte cuvinte:

$$H'(w_0^m) = E[\tilde{x}_0 h(\tilde{x}_0)(w_0 + \alpha_0^m \tilde{x}_0)^{-\gamma}] \geq 0$$

oricand $E[\tilde{x}_0(w_0 + \alpha_0^m \tilde{x}_0)^{1-\gamma}] = 0$.

Cand aversiunea față de risc este constantă și mai mare decat unitatea, un orizont mai mare de timp ar trebui sa inducă dorinta investitorilor pentru un risc mai mare. Opusul este adevarat dacă aversiunea față de risc este mai mică decat unitatea. Notăm ca, atunci cand investitorii au o funcție utilitară logaritmică ($\gamma=1$), miopia este în continuare optimă în prezenta predictibilității.

Alegerea unui portofoliu de risc inițial este dictat de scăderea valorii marginale a averii la sfârșitul perioadei inițiale. Această valoare marginală a averii depinde de oportunitățile viitoare. În cazul în care predictibilitatea reduce valoarea marginală a bogăției în situația abundentei, creșterea acesteia în state este mai mica, atunci predictibilitatea are același efect ca reducerea aversiunii față de risc: va crește nivelul optim de risc al portofoliului. Ca o consecință, putem vedea că obiectivul principal al analizei va fi determinarea efectului produs de noi, deteriorând FDS în profitul generat de un bun riscant în valoarea marginală a averii. În acest caz special, de reversie a scopului putem vedea două efecte diferite ale creșterii în x_0 . Primul efect este efectul bogăției: pentru ca profitul așteptat pentru a doua perioada devine mai mic, așa devine și averea, care devine mai mică. Acest eveniment crește valoarea marginală a averii din moment ce v este concav în z . Cel de-al doilea efect, este efectul precauției: investitorii vor investi mai puțin în bunurile riscante, reducând astfel expunerea la risc. Cu prudență, investitorul va reduce valoarea marginală a averii. Efectul global al creșterii în x_0 a valorii marginale este

ambiguu. Cand aversiunea fata de risc este constantă și mai mare decat unitatea (și se intampla doar dacă prudența absoluta este de doua ori mai mica decat aversiunea absoluta fata de risc, care explică de ce această conditie sugerează faptul că efectul precautiei este dominat de efectul averii). Efectul averii va domina intotdeauna efectul precautiei, iar cererea de investiție este pozitiva. Cand riscul relativ este mai mic decat unitatea, efectul averii este dominat de efectul precautiei.

BIBLIOGRAFIE

1. Anghelache, C. (coord.), 2014. STATISTICAL-ECONOMETRIC MODELS USED TO STUDYB THE MACROECONOMIC CORRELATIONS, *Romanian Statistical Review-Supplement*, December 2014.
2. Anghelache, C. et alias, 2015. Principalele aspect privind utilizarea modelelor de regresie cu variabile instrumentale. *Revista Romană de Statistică Supliment/Romanian Statistical Review-Supplement*, 9:129-137.
3. Anghelache, C., Pagliacci, M., Mitruț, C., 2014. Econometric Analysis through the Use of Statistical-Econometric Models, *Romanian Statistical Review Supplement* 4/2014.
4. Anghelache, C., Anghelache, G.V., Partachi, I., Stanciu, E., Dragomir, B. 2014. Macroeconomic Analysis based on Econometric Models, *Revista Romană de Statistică Supliment* 10/2014.
5. Anghelache, C. et alias, 2014. Aspects Concerning Verification of Residual Normality and Prediction of the Regression Models, *Revista Romană de Statistică Supliment* 7/2014
6. Anghelache, C. et alias, 2014. Using Linear and non-linear Models in Macroeconomic Analysis, *Revista Romană de Statistică Supliment* 1/2014.
7. Anghelache, C. et alias, 2014. Multiple Linear Regression Models used in Economic Analysis, *Revista Romană de Statistică Supliment* 10/2014.
8. Anghelache, C., Anghel M.-G. 2014. The Model of W.F. Sharpe and the Model of the Global Regression Used for Portfolio Selection, *Revista Romană de Statistică Supliment* 7/2014.
9. Anghelache, C. et alias, 2013. Linear and Non-Displaced Estimator in Multiple Regressiion, *Revista Romană de Statistică Supliment*, trim.III, 2013.
10. Biji, E. M., Lilea, E., Vatui, M., Gogu, E., 2012. Compendiu de statistica aplicata în economie, Oscar Print Publishing House, Bucharest.
11. Barberis, N. 2000. Investing for the long run when returns are predictable. *Journal of Finance*, 55:225-264.
12. Carroll, C.D. 1997. Buffer-stock saving and the life cycle/permanent income hypothesis. *Quarterly Journal of Economics* 112:1-55
13. Deaton, A. 1991. Saving and liquidity constraints. *Econometrica* 59:1221-1248.
14. Detemple, J.B. 1986. Asset pricing in an economy with incomplete information. *Journal of Finance* 61:383- 392.
15. Merton, R.C. 1969 Lifetime portofolio selection under uncertainty: the continuous-time case. *Review of Economics and Statistics* 51: 247-257.
16. Mossin, J. 1968. Optimal multiperiod portfolio policies, *Journal of Business*, 41:215-229.
17. Pagliacci, M., Anghelache et alias, 2011. Multiple regression – Method of

-
- Financial performance Evaluation. *ART-ECO – Review of Economic Studies and Research*, EdituraArtifex, vol.2, no.4, 2011.
18. Sacală, C. et al. "Some models used for setting up the Future Price", *Romanian Statistical Review Supplement*, pg 72-78, no.6/2015
 19. Samuelson, P.A. 1963. Risk and uncertainty: the falacy of the Law of Large Numbers, *Scientia*98: 108-113.
 20. Samuelson, P.A. 1969. Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming. *Review of Economics and Statistics* 51:239-246.
 21. Samuelson, P.A. 1989. The judgement of economic science on rational portfolio management: indexing, timing and long horizon effects. *Journal of Portfolio Management* (Fall issue):3-12.