
Modele de echilibru și autoregresie utilizate în prognoze macroeconomice

Conf. univ. dr. Mădălina-Gabriela ANGHEL

Conf. univ. dr. Aurelian DIACONU

Universitatea „ARTIFEX” din București

Abstract

Dezvoltarea modelelor econometrice a avut ca efect de prim rang diminuarea criticilor aduse de-a lungul timpului unor alte categorii de instrumente. În acest articol, autorii își propun să delimiteze unele aspecte relevante privind realizarea de prognoze prin aplicarea modelelor de echilibru, respectiv autoregresie. Prognozele, privind anumite clase de modificări ale parametrilor, dintr-un model autoregresiv, sunt mai solide. Așadar, în studii practice, se poate ajunge la rezultate în care prognozele tip corecție sunt mai puțin corecte decât cele obținute prin modele autoregresive, ceea ce ne împiedică să presupunem că un model poate funcționa cu aceeași acuratețe în interpretarea economică și econometrie, și pentru realizarea prognozelor.

Cuvinte cheie: *model, autoregresiv, parametru, prognoză, ecuație*

Introducere

În ultimele două decade ale secolului trecut s-au efectuat cercetări și studii asupra modelelor econometrice, ceea ce a condus la dezvoltarea acestora și la faptul că a scăzut vizibilitatea față de potențiale critici care au fost asociate cu generațiile anterioare de modele. Acest lucru a fost favorizat și de studiul specificațiilor dinamice și evaluării modelelor, reducând posibilitatea ca modelele care ignoră pe scară largă dinamică și proprietățile temporale ale datelor să conducă la prognoze suboptimale.

Modelele au evoluat în conformitate cu modificările din mediul economic, un exemplu notabil în acest sens fiind modelarea mai detaliată a factorilor de ofertă, alături de mecanismul de transmisie între sectoarele reale și financiare ale economiei. Aceste cercetări permit să se aprecieze că modele moderne de tip corecția echilibrului ar prognoza mai bine decât modelele care folosesc date diferențiate, precum modelul autoregresiv.

Modele utilizate în elaborarea prognozelor

Dacă vom considera că există parametri constanți pe perioada prognozei, vom observa că modelul autoregresiv este greșit-specificat, în comparație cu un model corect specificat de tip corecția echilibrului. Ca atare,

prognoza primului model va fi mai slabă. Dar, dacă parametrii se schimbă după ce se face prognoza, cel de-al doilea model va fi și el expus, fiind greșit-specificat pe perioada prognozei. Pe de altă parte, orice model autoregresiv poate fi privit ca un caz special al modelului de corecție, justificare fiind că impune restricții de rădăcina unitară adițională în cadrul sistemului. Schimbarea în perioada prognozei a parametrilor asociați variabilelor de nivel excluse din modelul dVAR conduce la specificarea eronată a modelului EqCM. Astfel, factorul determinant este mecanismul de generare care predomină.

Discontinuitățile structurale se manifestă diferit asupra celor două tipuri de modele, în erorile de prognoză. Avem în vedere că modelele de prognoză practice sunt sisteme deschise, cu variabile exogene. Proprietățile modelelor studiate sunt utile în interpretarea erorilor de prognoză ale sistemelor mari.

Vom considera, pentru început, că putem trata seriile cronologice macroeconomice ca integrate de ordin unu, $I(1)$, care includ termeni determinați ce permit o tendință liniară.

Putem exemplifica prin sistemul simplu bidimensional de ordin unu descris de ecuațiile de mai jos:

$$y_t = k + \lambda_1 y_{t-1} + \lambda_2 x_{t-1} + e_{y,t} \quad (1)$$

$$x_t = \varphi + x_{t-1} + e_{x,t} \quad (2)$$

unde:

abaterile $e_{y,t}$ și $e_{x,t}$ au o repartiție normală,

dispersiile lor sunt σ_y^2 și σ_x^2 respectiv,

$\rho_{y,x}$ reprezintă coeficientul de corelare.

Factorul x_t , care este exogen, descrie deschiderea modelelor practice de prognoză. Vom presupune în continuare că sistemul prezentat mai sus este cointegrat mic (y_t este de asemenea $I(1)$, dar cointegrat cu x_t). Această prezumție ne conduce la inegalitățile $0 < \lambda_1 < 1$ și $\lambda_2 \neq 0$.

Putem defini, pe baza sistemului, un model condiționat de corecție – echilibru pentru y_t , care este simultan și model marginal pentru x_t .

Vom defini doi parametri, μ și η , prin ecuațiile $E[y_t - \beta x_t] = \mu$ și $E[\Delta y_t] = \eta$. Dacă analizăm probabilitățile din modelul anterior, obținem $E[\Delta x_t] = \varphi$ și, de asemenea, vom ajunge la relația de mai jos între cei doi parametri:

$$\beta \varphi = \alpha (\zeta - \mu) \quad (3)$$

Extragerea din ecuație a parametrului μ conduce la:

$$\mu = \zeta - \frac{\beta \varphi}{\alpha} = \frac{k - \beta \varphi}{\alpha} \quad (4)$$

Pentru cei care realizează prognoze, este relevantă tendința deterministă liniară pentru mai multe variabile de interes. Ca exemple, putem menționa indicatorii cererii și prețurilor externe și productivitatea medie a muncii. Prin poziție, alte variabile ca de exemplu prețurile petrolului și instrumentele de politică monetară, adică ratele dobânzii și cursurile de schimb sunt mai apropiate de ipoteza de tendință zero. Este importantă reprezentarea impactului modificărilor de parametri asupra prognozelor efectuate prin cele două modele. Pentru primul model, nu există o specificație-greșită inițială.

Modelul de tip corecția echilibrului a fost definit anterior. Prima ecuație a modelului este modelul condiționat al y_t . Modelul a fost criticat de teoreticieni și practicieni prognoziști, el are în vedere impactul metodologiei econometrice și teoriei cointegrării. A doua ecuație din model are rol de ecuație marginală pentru variabila explicativă x_t . Modelul autoregresiv este definit prin relațiile:

$$\Delta y_t = \gamma + \pi \Delta x_t + \epsilon_{y,t} \quad (5)$$

$$\Delta x_t = \varphi + e_{x,t} \quad (6)$$

unde se are în vedere restricția ca $\alpha = 0$

Ecuația $\epsilon_1(y, t) (= \epsilon_1(y, t) - \alpha[y_1(t-1) - [\beta x]_1(t-1) - \zeta]$ definește procesul de eroare în modelul autoregresiv. Apreciem că acest model va fi autocorelat dacă va exista o autocorelare în termeni de dezechilibru omis.

Vom considera apoi că parametrii sunt cunoscuți; în prognoze, $\Delta x_{T+j} = \varphi$ ($j = 1, \dots, h$), iar prognozele pentru perioadele $T+1, T+1, \dots, T+M$ sunt realizate în perioada T .

Ipoteza parametrilor cunoscuți se abstractizează din interferențele mici de sondaj în modelul de corecție. Prin cea de-a doua ipoteză, se înfirmă una din sursele de eșec ale prognozei, aceea că variabilele ne-modelate sau exogene sunt greșit prognozate, dar o astfel de idee este impotantă în practică. Erorile sistematice de prognoză în Δx_{T+j} sau schimbarea în φ sunt echivalente în contextul demersului nostru.

Trebuie să avem în vedere că cei mai relevanți coeficienți în studiul nostru sunt α , β și ζ , adică acei coeficienți prezenți în modelul de corecție, dar nu în modelul autoregresiv, deși toți ceilalți coeficienți se pot schimba pe perioada prognozei. Vom studia mai ales situația coeficienților α și ζ , pornind de la ideea că β este structura parțială, un parametru de cointegrare pentru o analiză a importanței și posibilității de detectare a schimbărilor.

Vom determina în continuare interferențele pentru prognozele aferente celor două modele, cu prezumția că ambele modele sunt greșit-specificate pe perioada prognozei.

Vom considera două situații.

Mai întâi vom considera că parametrul ζ din ecuația primului model evoluează la un nou nivel, adică, $\zeta \rightarrow \zeta^*$ după ce prognoza este realizată în perioada T. deoarece în analiză păstrăm constanta α , concluzionăm că modificarea ζ este produsul unei modificări în coeficientul k, segmentul din ecuația anterioară. Considerând situația corectă de echilibru, apreciem că pe perioada de prognoză este aplicată relația:

$$\Delta y_{T+h} = \gamma + \pi \Delta x_{T+h} - \alpha[y_{T+h-1} - \beta x_{T+h-1} - \zeta^*] + \varepsilon_{y,T+h} \Delta$$

$$x_{T+h} = \varphi + e_{x,T+h}$$

unde $h = 1, \dots, H$.

Vom obține următoarele erori de prognoză, pe perioada -1, pentru cele două modele studiate:

$$y_{T+1} - \hat{y}_{T+1,EqCM} = -\alpha[\zeta - \zeta^*] + e_{y,T+1} \quad (7)$$

$$y_{T+1} - \hat{y}_{T+1,dVAR} = -\alpha[y_T - \beta x_T - \zeta^*] + e_{y,T+1} \quad (8)$$

Vom studia în continuare interferența erorilor de prognoză. Notăm prin $bias_{T+1,EqCM}$ și respectiv $bias_{T+1,dVAR}$, interferențele de etapa 1, definite prin probabilitatea condiționată (I_T) a erorilor de prognoză. Cele două interferențe se determină prin relațiile.

$$bias_{T+1,EqCM} = -\alpha[\zeta - \zeta^*] \quad (9)$$

$$bias_{T+1,dVAR} = -\alpha[y_T - \beta x_T - \zeta^*] \quad (10)$$

Dacă notăm cu x_t^o valorile de stare stabilă a procesului x_t , valorile corespundente de stare stabilă ale procesului y_t , notate y_t^o , sunt date de relația $y_t^o = \mu + \beta x_t^o$.

Din această definiție și din relația interferenței modelului de corecție, putem reconfigura formula pentru eroarea de prognoză a modelului autoregresiv, în forma:

$$\begin{aligned} bias_{T+1,dVAR} &= -\alpha \left[(y_T - y_T^o) - \beta (x_T - x_T^o) - \frac{\beta \varphi}{\alpha} + (\zeta - \zeta^*) \right] \\ &= -\alpha \left[(y_T - y_T^o) - \beta (x_T - x_T^o) - \frac{\beta \varphi}{\alpha} \right] + bias_{T+1,EqCM} \end{aligned} \quad (11)$$

Prognozele celor două modele sunt afectate de modificarea parametrului ζ , în ζ^* . Corelarea între cele două interferențe, dacă abaterile valorilor inițiale de la starea stabilă sunt neglijabile, se poate descrie sub o formă simplificată.

Dacă y_T este egal cu media sa pe termen lung, vom constata că interferențele erorilor de prognoză de etapă 1 ale celor două modele sunt identice. Modelul dVAR nerestricționat al metodei celor mai mici pătrate simple este o justificare a acestei afirmații.

Prognozele pe perioada $-h$, se determină prin aplicarea formulelor următoare:

$$bias_{T+h,EqCM} = -\alpha\delta_{(h-1)}[\zeta - \zeta^*] \quad (12)$$

$$bias_{T+h,dVAR} = \beta\varphi(\alpha\psi_{(h-2)} - \delta_{(h-1)}) - \alpha\delta_{(h-1)}[(y_T - y_T^0) - \beta(x_T - x_T^0) + (\zeta - \zeta^*)] \quad (13)$$

pentru orizonturi de prognoză $h = 2, 3, \dots$

Deoarece orizontul de prognoză h crește la infinit, $\delta_{h-1} \rightarrow 1/\alpha$, deci interferența modelului de corecție abordează asimptotic mărimea modificării însăși, adică, $bias_{T+h,EqCM} \rightarrow \zeta - \zeta^*$.

Putem simplifica expresia, dacă vom considera că $x_T \approx x_T^0$ și $y_T \approx y_T^0$, iar erorile de prognoză dVAR includ un termen de interferență care apare deoarece x_t crește, termen care lipsește din interferența modelului de corecție

Termenul care conține $\delta_{(h-1)}$ și $\psi_{(h-2)}$ poate fi redefinit prin $[\alpha\psi_1((h-2)) + \delta_1((h-1))] = h$, și se ajunge la o tendință liniară simplă a interferenței de eroare dVAR viitoare pentru etapa- h în cazul în care $\varphi \neq 0$, astfel generalizând rezultatele de etapa-1 și etapa-2.

Dacă nu există creștere autonomă a x_t ($\varphi = 0$), iar y_T și x_T sunt egale cu valorile lor de stare stabilă, interferențele erorilor de prognoză ale celor două modele sunt identice. Dacă avem de-a face cu o creștere deterministă pozitivă a x_t ($\varphi > 0$), și reținem ipoteza stabilă, interferența modelului dVAR va fi mai puternică decât inferența modelului de corecție, datorită tendinței din interferența dVAR.

Vom analiza apoi cazul în care coeficientul de ajustare α se modifică într-o valoare nouă, și anume α^* , după ce prognoza a fost pregătită pentru întreaga perioadă.

Analiza comparată a celor două interferențe ne permite să observăm că interferența modelului de corecție este proporțională cu mărimea modificării, în timp ce interferența dVAR este proporțională cu magnitudinea nivelului nou al coeficientului de corecție a echilibrului.

Presupunând că $x_T \approx x_T^0$ și $y_T \approx y_T^0$, putem reconfigura expresia corelației între cele două interferențe:

$$bias_{T+1,dVAR} = \beta\varphi + bias_{T+1,EqCM}$$

Diferența între interferențele celor două erori de prognoză a fost descrisă anterior. Dacă avem în vedere configurarea mai multor perioade de prognoză, interferențele erorilor de prognoză ale modelelor se modifică în mod corespunzător.

Printr-un procedeu similar, obținem relația $bias_{T+h,dVAR}$:

$$bias_{T+h,dVAR} = \beta \varphi h + bias_{T+h,EqCM}$$

Apreciem că se va menține o tendință liniară în diferența dintre interferențele erorilor de prognoză între cele două modele, datorită reprezentării necorespunzătoare a creșterii valorii x_t în modelul dVAR.

Deoarece ζ se modifică în $T+1$, prognoza pentru y_{T+2} , va conduce la următoarele interferențe ale erorilor de prognoză pentru modelele studiate:

$$bias_{T+2,EqCM}|I_{T+1} = -\alpha[(\zeta - \zeta^*)] \quad (14)$$

$$bias_{T+2,dVAR}|I_{T+1} = -\alpha[y_{T+1} - \beta x_{T+1} - \zeta^*] \quad (15)$$

Modificarea de parametru afectează eroarea de prognoză a modelului EqCM în aceeași măsură ca în situațiile anterioare, deși efectul schimbării este încorporat în valoarea inițială y_{T+1} . Observăm că prognozele modelelor de corecție nu corectează evenimentele petrecute anterior pregătirii prognozei. În afară de cazul în care se detectează modificarea de parametru și se execută corecțiile de segment, efectul modificării de parametru anterior perioadei de prognoză va influența toate prognozele.

Pentru modelele autoregresive, problema este extrem de diferită.

Folosind faptul că:

$$y_{T+1}^o = \mu^* + \beta x_{T+1}^o \quad (16)$$

unde

$$\mu^* = \zeta^* + \frac{\beta \varphi}{\alpha}$$

Interferența modelului autoregresiv poate fi definită prin relația:

$$bias_{T+2,dVAR}|I_{T+1} = -\alpha \left[(y_{T+1} - y_{T+1}^o) - \beta (x_{T+1} - x_{T+1}^o) - \frac{\beta \varphi}{\alpha} \right] \approx \beta \varphi \quad (17)$$

Modelul dVAR va fi imun la modificarea de parametru dacă $\varphi = 0$. Pentru prognozele dVAR, există un element de corecție de segment inherent, iar modificarea de parametru înainte de începutul perioadei de prognoză va produce o influență asupra prognozei de etapa-1 tip dVAR. De asemenea, tendința non-zero a x_t va influența asupra prognoza de etapa-1 autoregresivă și acuratețea relativă a prognozei între cele două modele studiate va depinde de dimensiunea tendinței legate de mărimea schimbării.

Dacă nu avem creșteri deterministe în DGP, prognozele tip dVAR nu sunt influențate pentru toate valorile lui h .

Prognoza tip EqCM nu se ajustează automat când modificarea $\alpha \rightarrow \alpha^*$ are loc anterior pregătirii prognozelor, la fel ca și media pe termen lung.

Corecția de segmentă automat indusă modificări de parametru ce au avut loc anterior pregătirii prognozei, nu se aplică la nici una din cele două prognoze. Din această cauză, interferențele de etapa-1 sunt similare din punct de vedere funcțional cu formulele pentru cazul în care α se modifică după pregătirea prognozei. Generalizarea interferențelor erorilor de prognoza multi - etapă este similară derivărilor anterioare.

Cele două tipuri de modele de prognoză studiate folosesc parametri estimați. Având în vedere că modelul dVAR este specificat-greșit în raport de modelul EqCM, estimările parametrilor vor fi eterogene. Dacă facem abstracție de incertitudinea parametrului estimat, configurația pentru modelul dVAR este dată de relațiile:

$$\Delta y_t = \gamma^* + \pi^* \Delta x_t + \epsilon_{y,t} \quad (18)$$

$$\Delta x_t = \varphi + e_{x,t} \quad (19)$$

unde

γ^* și π^* înseamnă limite de probabilitate ale estimărilor de parametri, în perioada prognozei $\gamma^* + \pi^* \Delta x_{T+h} = g \neq 0$,

Așadar, prognoza tip autoregresiv a y_{T+h} include o tendință deterministă adițională care nu va corespunde în mod necesar cu tendința din DGP.

Chiar dacă influența parametrului este redusă, poate acumula o tendință liniară dominantă în interferența erorii de prognoza tip autoregresiv.

Definim modelul autoregresiv dRIM, prin opoziție la relația modelului anterior. Studiile efectuate au prezentat justificări ample asupra modului în care modele tip dVAR pot fi întărite cu succes față de reprezentări-greșite de tendință.

Rezultatele acestor sisteme de prognoză, în esență simple, prezintă anumite caracteristici care pot fi evidențiate pe baza erorilor de prognoză ale modelelor macroeconomice mari.

Concluzii

Analiza efectuată a arătat că nici unul dintre modelele studiate nu asigură protecție față de discontinuități de tip post-prognoză. Pentru situația în care modelul autoregresiv exclude creșterea, interferențele erorilor de prognoză tip dVAR conțin o componentă de tendință. Având în vedere acest considerent și condițiile inițiale, modelul autoregresiv poate cu succes fi comparat cu cel de corecție, pe orizonturi medii de prognoză.

O concepție importantă asupra modelului autoregresiv este lipsa protecției față de modificări ce apar înaintea prognozei, ca medie pe termen lung. Și în acest caz, abordările pentru cele două modele diferă.

Totuși, în practică aceste aserțiuni nu sunt tot timpul valabile. Pentru modelele ample, o discontinuitate structurală în ecuații poate fi ignorată sau ar putea fi interpretată ca temporară sau doar asemănătoare unei căderi. Acest risc se manifestă pentru că datele disponibile pentru evaluarea de model sunt preliminare și susceptibile la revizuire viitoare.

Meritele relative ale modelelor de tip corecție sau autoregresiv pentru prognozare depind de modificarea de parametri pre- și post-prognoză și de lungimea orizontului de prognoză. Vom utiliza această perspectivă interpretarea rezultate de prognoză dintr-un model de scară largă.

Realizarea de previziuni pe baza versiunii de model cu eroarea de prognoză cea mai mică, indiferent de tipul modelului, este un demers dificil. Pentru modelele autoregresive, erorile de prognoză sunt rezistente față de modificările coeficientului de ajustare și mediei pe termen lung ζ , iar eroarea de prognoză se poate dovedi a fi mai mare decât eroarea de prognoză pentru modelul de corecție.

Pe baza acestor considerente, putem realiza prognoze pe perioade multiple din modelul econometric RIMINI. Aceste prognoze pot fi comparate cu prognozele din modele bazate pe date diferențiate.

Comparația între modele ne permite să apreciem că, întrucât toate ecuațiile stocastice ale modelului RIMINI sunt de tip EqCM, putem surprinde o versiune simplificată a modelului, prin omiterea termenilor de corecție a echilibrului din ecuație și reestimarea coeficienților variabilelor diferențiale. Ecuațiile diferențiale rezultante devin greșit-specificate prin excluderea termenilor de corecție-echilibru, cu reziduuri autocorelate și cu variabile cu dispersii heteroskedastice. Contestarea teoretică punește de la ideea că modelul dVAR este greșit-specificat în cadrul sondajului, iar termenul de eroare din ecuația dVAR este autocorelat cu condiția să existe autocorelare în termeni de dezechilibru.

Dacă se schimbă coeficienții în raport de corecția de echilibru în perioada de prognoză, modelul autoregresiv ar putea obține rezultate mai favorabile față de cel de tip corecție. Nu există dezavantaje pentru un model autoregresiv greșit-specificat față de modelul de tip EqCM. Prognozele tip autoregresiv pot fi afectate dacă se menține eficientul și se omit nivelurile. Modelul derivat dRIMc presupune remodelarea tuturor ecuațiilor afectate, în termeni de diferențe, pentru a face reziduurile ecuațiilor dVAR în mod empiric tip zgomot alb, iar segmentul a fost menținut numai pentru variabilele de nivel.

Bibliografie selectivă

1. Alexandru, C., Caragea, N., Dobre, A.M. (2013) – “*Vector Autoregressive Models Using “R”*”, SEA - Practical Application of Science, Volume (Year): (2013), Issue (Month): 1 (June), pp. 59-67

-
2. Anghelache, C., Mitruț, C-tin (coordonatori), Bugudui, E., Deatcu, C. (2009) – „*Econometrie: studii teoretice și practice*”, Editura Artifex, București
 3. Cuaresma, J.C., Piribauer, P. (2015) – “*Bayesian Variable Selection in Spatial Autoregressive Models*”, Vienna University of Economics and Business, Department of Economics in Department of Economics Working Papers with number wuwp199.
 4. Doornik, J. A., Hendry, D. F. (1997) – „*The Implications for Econometric Modelling of Forecast Failure*”, Scottish Journal of Political Economy, 44
 5. Eitheim, Ø., Jansen, E., Nymoen, R. (2002) – „*Progress from forecast failure - the Norwegian consumption function*”, Econometrics Journal, 5
 6. Franses, Ph.H.B.F., Paap, R. (1999) – “*Forecasting with periodic autoregressive time series models*”, Erasmus University Rotterdam, Erasmus School of Economics (ESE), Econometric Institute in Econometric Institute Research Papers with number EI 9927-/A.
 7. Hendry, D.F. (1995) – „*Econometrics and business cycle empirics*”, Economic Journal, 105
 8. Hendry, D.F. (2002) – „*Applied econometrics without sinning*”, Journal of Economic Surveys. 16
 9. Mitruț, C., Șerban, D. (2007) – „*Bazele econometriei în administrarea afacerilor*”, Editura ASE, București
 10. Wang, L., Li, K., Wang, Z. (2014) – “*Quasi maximum likelihood estimation for simultaneous spatial autoregressive models*”, University Library of Munich, Germany in MPRA Paper with number 59901.