
Principalele aspecte privind utilizarea modelelor de regresie cu variabile instrumentale

Prof. univ. dr. Constantin ANGHELACHE

Drd. Cristina SACALĂ

Drd. Emilia STANCIU

Academia de Studii Economice, București

Abstract

Acest articol descrie principalele elemente referitoare la modelele de regresie cu variabile instrumentale. Sunt trecute în revistă principalele abordări teoretice din literatura de specialitate, proprietățile asimptotice în cazul folosirii instrumentelor sensibile, statistica „t” asimptotică tradițională cu variabile instrumentale, statistica „S” și statisticile „t” modificate, proprietățile eșantionului finit cu instrumente sensibile.

Cuvinte cheie: identificare, regresie, interval, statistică, coeficient

1 Noțiuni generale

Este cunoscut faptul că tehnicile de deducție asimptotică standard pentru estimarea variabilă instrumentală pot fi extrem de slabe dacă dispunem de instrumente sensibile. În anumite situații, eșecul este foarte mare. Rezultatele false sunt însoțite de intervale de încredere raportate care dau impresia de mare precizie. Aceste estimări punctuale care nu ne dau valori foarte precise ale acestor coeficienți au uneori consecințe iremediabile.

În ultimă instanță, dacă o ecuație este eronat identificată, atunci datele ei nu dau informații corecte despre parametrii sistemului. Încercăm să clarificăm statistici ale testului și intervalele lor de încredere care evidențiază corect, în sensul că ele conduc la deducții precise atunci când instrumentele sunt sensibile și în esență identice cu statisticile de test cu variabile instrumentale în mod obișnuit asimptotice și intervalele de încredere, atunci când instrumentele sunt corecte.

Majoritatea studiilor asupra deducției în modelele de regresie cu variabile instrumentale s-au concentrat asupra modelului simplu care include variabile endogene. Dacă avem în vedere modelul de regresie general cu variabile instrumentale, în rezultatele modelului cu o singură variabilă endogenă inclusă nu se aplică coeficienții structurali individuali.

Problema apare în momentul în care valoarea nulă este specificată pentru vectorul parametru complet, caz în care estimarea sub valoarea nulă ne poate oferi o estimare consistentă a variației erorii, dar nu ne poate oferi specificația valorii nule a unui coeficient individual.

Analiza este axată pe obținerea unor valori valide ale coeficienților structurali individuali în modelul de regresie cu variabile instrumentale.

Abordarea este similară celei făcute de către Choi și Philips în anul 1992, ei având în vedere un eșantion finit și o deducere asimptotică în ecuații structurale parțial

identificate. Încercăm să extindem cadrul folosit de Choi și Philips, folosind instrumente sensibile și metode non standard pentru deducerea coeficienților structurali. Considerăm cazuri în care instrumentele sunt sensibile pentru toți coeficienții structurali și cazuri în care instrumentele sunt sensibile doar pentru unii coeficienți. De asemenea, avem în vedere cazuri în care instrumentele sunt slabe pentru coeficienții individuali, dar puternice pentru o combinație lineară a coeficienților structurali. Folosim cadrul asimptotic cu instrumente sensibile al lui Staiger and Stock (1997) pentru a analiza comportamentul asimptotic al estimatorilor și statisticele testului pentru coeficienții structurali individuali. Evaluăm de asemenea performanța eșantionului finit al diversilor estimatori și statisticele de test printr-un set mai extins al experimentelor Monte Carlo.

După trecerea în revistă a lucrărilor de specialitate recente asupra estimării și deducției în modele de regresie cu variabile instrumentale cu instrumente sensibile, prezentăm modelul de regresie standard cu variabile instrumentale pentru cazul variabilelor endogene. Apoi, prezentăm condițiile de identificare standard și stabilim modalitățile identificării parțiale și instrumentele sensibile. Ne vom referi la metodele de estimare și metodele de deducție în regresia cu variabile instrumentale, acordând o atenție deosebită estimării și deducției în cazul parametrilor structurali individuali. În final, concluzionăm comportamentul asimptotic al diversilor estimatori și statistici de test într-o varietate de cazuri cu instrumente sensibile. Evaluăm performanța unei mostre finite a unor statistici variate printr-un set extins de simulări Monte Carlo.

2. Evoluția în timp a conceptului de model statistico-econometric de regresie

O serie de lucrări recente au examinat distribuția estimatorului variabil instrumental sub identificare sensibilă și subiectul legat de acesta al performanței testelor tradiționale asimptotice. Printre aceste lucrări sunt lucrările lui Bekker (1994); Blomquist și Dahlberg (1999); Bound, Jaeger și Baker (1995); Choi și Philips (1992); Hahn și Hausman (2002); Hahn și Inoue (2002); Hall, Rudebusch și Wilcox (1996); Chamberlain și Imbens (2004); Kleibergen (2000, 2002); Kleibergen și Zivot (2003); Maddala și Jeong (1992); Moreira (2003); Nelson și Startz (1990); Philips (1989); Staiger și Stock (1997); Stock, Wright și Yogo (2002); Stock și Yogo (2004); Wang și Zivot (1998); Wng (1999); Zivot, Startz și Nelson (1998). Dufour (1997) a oferit rezultate generale pentru obținerea de niveluri de probabilitate corectă cu identificare sensibilă. Îndeosebi, Dufour a arătat că un test de mărime nominală α , pentru a fi valid într-o identificare sensibilă, intervalele de încredere implicate în testul statistic trebuie să fie nelimitat cu valoarea cel puțin $1 - \alpha$.

Cu o jumătate de secol în urmă, Anderson și Rubin (1949) au descris statistica Anderson-Rubin (AR), în care condiții normale furnizează un test exact, pe un eșantion mic, al unei ipoteze care specifică valori pentru fiecare element al vectorului parametru structural Beta. Zivot, Startz și Nelson (1998) au arătat cum să utilizăm statistică AR pentru a construi zone de încredere în cazul unei singure variabile endogene, au convenit o statistică îmbunătățită pentru probabilitate maximă și estimări ale metodei generalizate a momentelor bazate pe teste cu grade de libertate ajustate LR și LM.

Wang și Zivot (1998) au dat o justificare asimptotică folosind asimptoticile lui Staiger și Stok (1997) pentru aceste cazuri. Recent, Kleinbergen (2002) și Moreira (2003) au propus teste LM asimptotic similare, care au o putere mai mare decât testul AR și un procent de probabilitate mai mare (likelihood ratio LR) și testele cu multiplicator Lagrange studiate de Wang și Zivot (1998).

Analiza în multe din lucrările prezentate mai sus este limitată la deducția în cazul unei singure variabile endogene sau la ipoteze ce specifică valori pentru tot vectorul de coeficienți. Ne ocupăm de deducția coeficienților individuali în modelul cu două variabile ce extinde rezultatele lui Choi și Philips (1992) la cazul instrumentelor sensibile. Este de subliniat, faptul că Dufour (1997), Wang și Zivot (1998), Dufour și Jasiak (2000) descriu folosirea proiecțiilor numerice ale mai multor statistici de test în mod corelat, pentru a obține seturi de încredere pentru elemente β individuale, dar nu studiază aceste metode în prezența unor instrumente sensibile. Practic, folosirea procedurii de proiecție în general necesită o maximizare numerică complicată. Recent, Taamouti (2001), Dufour și Taammouti (2003) au dat un set de rezultate limitat pentru obținerea analitică a unor seturi de încredere bazate pe proiecție pentru coeficienți structurali individuali bazându-se pe anumite tipuri de statistici de test.

Stock și Wright (2000) au cercetat mai amplu pentru a ajunge la deducția parametrilor structurali estimați prin GMM cu instrumente sensibile, care pentru modelul linear cu ecuații simple se bazează pe pătrate mici în două etape sau estimări de probabilitate maximă. Dacă unele variabile endogene sunt bine verificate, Stock și Wright sugerează concentrarea pe parametri bine identificați și folosirea statisticii de tip AR pentru parametri rămași neidentificați. Cu toate acestea, Stock și Wright au exprimat faptul că metoda lor de construcție a intervalelor de încredere asimptotic valide pentru sub vectori, este oarecum dificilă, dar un interval de încredere asimptotic conservativ poate fi aflat prin proiectarea parametrilor, așa cum sugerează Dufour în 1987. Kleibergen (2000) a dat o alternativă la statistica concentrată AR a lui Stock și Wright în modelul linear cu variabile instrumentale. O alternativă mai generală în contextul GMM este cercetată de Kleibergen (2002).

Considerăm ecuația de structură lineară cu variabile de parte dreapta k

$$\begin{aligned} y &= X \beta + u \\ &\quad (n \times k) \quad (k \times 1) \quad (n \times 1) \\ &= X_i \beta_i + X_{-i} \beta_{-i} + u \\ &\quad (n \times 1) \quad (1 \times 1) \quad (n \times (k-1)) \quad ((k-1) \times 1) \quad (n \times 1) \end{aligned} \quad (1)$$

Unde X_i este coloana i a lui X , X_{-i} este valoarea reziduală a lui X și u este vectorul de abatere a erorii. Atenția noastră este axată pe deducția parametrului scalar β_i utilizând regresia cu variabile instrumentale, unde variabilele lui X sunt endogene. Formă redusă a modelului constă în regresia populației lui y și a fiecărei coloane a lui X asupra tuturor valorilor lui q a instrumentelor exogene în matricea Z , de forma:

$$\begin{matrix} y & = & Z & \theta & + & v \\ (n \times 1) & & (n \times q) & (q \times 1) & & (n \times 1) \end{matrix} \quad (2)$$

$$\begin{matrix} X & = & Z & \Gamma & + & V \\ (n \times k) & & (n \times q) & (q \times k) & & (n \times k) \end{matrix} \quad (3)$$

Ecuatiile de formă sensibilă corespunzătoare variabilelor endogene X_i și X_{-i} sunt

$$\begin{matrix} X_i & = & Z & \Gamma_i & + & V_i \\ (n \times 1) & & (n \times q) & (q \times 1) & & (n \times 1) \end{matrix} \quad (4)$$

$$\begin{matrix} X_{-i} & = & Z & \Gamma_{-i} & + & V_{-i} \\ (n \times (k-1)) & & (n \times q) & (q \times (k-1)) & & (n \times (k-1)) \end{matrix} \quad (5)$$

Modelul descris în ecuațiile (1)-(3) este numit modelul de regresie lineară cu variabile instrumentale.

Să considerăm vectorul $\vec{p}$ convergență în probabilității și $\vec{d}$ convergență în distribuție. Facem următoarele presupuneri majore care impun condiții de moment slabe asupra variabilelor exogene și termenilor de eroare.

- Z are valoarea q toată coloana și este necorelată cu u și V
- $E[Z_t Z_t'] = M > 0$, unde Z_t reprezintă a t observație a lui Z
- Termenii de eroare u_t și V_t se consideră că au media 0 și sunt necorelate serial și homoskedastic, cu matrice de covarianță definită pozitiv.

Vectorul β este în mod obișnuit estimat prin metoda cu variabile instrumentale (echivalentă cu metoda GMM și TSLS). Estimatorul I cu variabile instrumentale este:

$$\hat{\beta}_{IV} = (X' P_Z X)^{-1} X' P_Z y = (\hat{X}' \hat{X})^{-1} \hat{X}' y \quad (6)$$

unde $P_Z = Z(Z'Z)^{-1}Z'$ și $X = P_Z \hat{X}$

Utilizând tehnici de regresie partiționate standard, putem exprima estimatorul de gradul IV al β_i ca

$$\hat{\beta}_{iIV} = (\hat{X}'_i \hat{Q}_{-i} \hat{X}_i)^{-1} \hat{X}'_i \hat{Q}_{-i} y \quad (7)$$

Unde $\hat{X}'_i = P_Z X$, $X_{-i} = P_Z X_{-1}$ și $Q_{-i} = I_q - P_X$

Sunt propuse câteva statistici pentru deducerea coeficienților structurali individuali în modelul de regresie cu variabile instrumentale care sunt rigide pentru instrumentele sensibile. Unele dintre aceste metode se bazează pe estimatorul cu variabile instrumentale IV, iar altele pe estimatorul LIML. Vom descrie pe scurt aceste statistici și introducem câteva statistici noi.

4. Statistica „t” asimptotică tradițională cu variabile instrumentale

Să presupunem că dorim să testăm $H_0: \beta_i = \beta_i^0$ bazat pe estimarea tradițională cu variabile instrumentale. Practica standard este folosirea statisticii-t asimptotice:

$$t_{IV}(\beta_i^0) = \frac{\hat{\beta}_{i, IV} - \beta_i^0}{\widehat{SE}(\hat{\beta}_{i, IV})} \quad (9)$$

unde

$$\widehat{SE}(\hat{\beta}_{i, IV}) = \sqrt{\widehat{\sigma}_{uu, IV} H_{ii}}, \text{ si } \sigma_{uu, IV} = n^{-1} (y - X\hat{\beta}_{IV})' (y - X\hat{\beta}_{IV})$$

Estimatorul LIML al lui β maximizează funcția de probabilitate – log „log likelihood function”, concentrată cu referire la Γ și Σ astfel

$$L^c(\beta) = -n \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln k(\beta) - \frac{n}{2} \ln |YQ'ZY|$$

unde $Y = [yX]$ și

$$k(\beta) = \frac{(y - X\beta)'(y - X\beta)}{(y - X\beta)'Qz(y - X\beta)}$$

Estimatorul β al LIML minimizează în mod echivalent $k(\beta)$ și valoarea minimizată, $\hat{\mathcal{R}}(\beta_{LIML}) = \hat{\mathcal{R}}_{LIML}$ poate fi arătată la cea mai mică rădăcină a ecuației determinante $IY'Q_X Y - kY'Q_Z Y I$. Estimatorul LIML este de obicei exprimat ca un estimator de clasa k:

$$\hat{\beta}_{LIML} = [X' (I_n - \hat{k}_{LIML} Qz) X]^{-1} [X' (I_n - \hat{k}_{LIML} Qz) y]$$

Pentru testare $\beta_i = \beta_i^0$, unde rația „t” – LIML este

$$t_{LIML}(\beta_i^0) = \frac{\hat{\beta}_{i, LIML} - \beta_i^0}{\widehat{SE}(\hat{\beta}_{i, LIML})} \quad (11)$$

$$\text{Unde } \widehat{SE}(\hat{\beta}_{LIML}) = \sqrt{\widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_{LIML})} = \sqrt{\sigma_{uu, LIML} [X' (I_n - \hat{k}_{LIML} Qz) X]^{-1}}$$

De asemenea, statistica LR este de forma:

$$LR_{LIML}(\beta_i^0) = n \ln(\hat{k}_{LIML}(\beta_i^0)) - n \ln(\hat{k}_{LIML}) \quad (12)$$

unde $\hat{\mathcal{R}}_{LIML}(\beta_i^0)$ este calculată din funcția de probabilitate – log concentrată ce impune restricția $\beta_i = \beta_i^0$ și k_{LIML} este calculată din funcția de probabilitatea funcției (10) log neconstrânsă.

Statistica „S” si statisticile „t” modificate

Vom considera formarea unui test statistic pentru $H_0: \beta_i = \beta_i^0$ astfel încât va fi aproape de 0 chiar dacă deviația estimată de la realitate este mică sau dacă evidență pentru identificare este sensibilă prin formarea:

$$\Psi_i = \hat{\Delta}_i (\beta_{i,IV} - \beta_i^0) \quad (13)$$

unde

$$\hat{\Delta}_i = \sqrt{H_{ii}^{-1}} \quad (14)$$

Stock si Wright (2000) au considerat o statistică de tip AR concentrată pentru testarea $H_0: \beta_i = \beta_i^0$ într-un cadru GMM. În regresia lineară cu variabile instrumentale, această statistică este de forma

$$AR(\beta_i^0) = \frac{[y - X_i\beta_i^0 - X_i\hat{\beta}_{-i}(\beta_i^0)]' Pz[y - X_i\beta_i^0 - X_i\hat{\beta}_{-i}(\beta_i^0)]}{[y - X_i\beta_i^0 - X_i\hat{\beta}_{-i}(\beta_i^0)]' Qz[y - X_i\beta_i^0 - X_i\hat{\beta}_{-i}(\beta_i^0)] / (n-k)} \quad (15)$$

Unde $\hat{\beta}_{-i}(\beta_i^0)$ prezintă fie IV sau LIML estimare a lui β_{-i} ce impune $\beta_i = \beta_i^0$. Estimarea lui LIML restricționat minimizează (13), în timp ce estimarea restricționată cu variabile instrumentale are forma analitică (19). Când $\hat{\beta}_{-i}(\beta_i^0) = \hat{\beta}_{-i,IV}(\beta_i^0)$ folosim $AR_{IV}(\beta_i^0)$ și când $\hat{\beta}_{-i}(\beta_i^0) = \hat{\beta}_{-i,LIML}(\beta_i^0)$ folosim $AR_{LIML}(\beta_i^0)$.

Kleibergen (2000) a propus o versiune concentrată a **statisticii K joint** pentru a testa ipoteza individuală $H_0: \beta_i = \beta_i^0$ care are forma:

$$K(\beta_i^0) = \frac{(y - X_i\beta_i^0 - X_i\hat{\beta}_{-i,LIML}(\beta_i^0))' Pw_{(\beta_i^0)}(y - X_i\beta_i^0 - X_i\hat{\beta}_{-i,LIML}(\beta_i^0))}{(y - X_i\beta_i^0 - X_i\hat{\beta}_{-i,LIML}(\beta_i^0))' Qz(y - X_i\beta_i^0 - X_i\hat{\beta}_{-i,LIML}(\beta_i^0)) / (n-k)} \quad (16)$$

Dacă vom considera $\beta = (\beta_1, \beta_2)'$ și aplicăm testarea ipotezelor $H_0: \beta = \beta^0$, folosind statistica AR, atunci:

$$AR(\beta^0) = \frac{(y - X\beta^0)' Pz(y - X\beta^0) / k}{(y - X\beta^0)' Qz(y - X\beta^0) / (n - k)} \quad (17)$$

Dacă erorile sunt normal distribuite, Anderson și Rubin (1949) au arătat că (17) este distribuită $F_{k,n-k}$ în eșantioane finite sub valoare nulă. Acest rezultat se menține indiferent de calitatea instrumentelor.

5. Proprietăți asimptotice în cazul folosirii instrumentelor sensibile

În continuare vom evalua proprietățile asimptotice în condițiile folosirii unor instrumente sensibile pentru deducerea unor coeficienți individuali în regresia cu variabile instrumentale. Pentru a simplifica analiza asimptotică, ne vom concentra

pe modelul de regresie cu variabile instrumentale (1)-(3) cu două variabile endogene, astfel încât $\beta = (\beta_1, \beta_2)'$.

Luând în considerare rezultatele lui Staiger și Stock (1997) și Wang și Zivot (1998) caracterizăm instrumentele sensibile folosind un cadru aproape de zero. Cu variabile endogene multiple, caracterizarea instrumentelor sensibile devine mai complicată pentru că instrumentele Z pot fi sensibile pentru coeficienți la toate variabilele endogene sau doar pentru un subset de coeficienți.

Distribuțiile asimptotice ale diversilor estimatori și statisticile de test în cazurile cu instrumente sensibile depind de parametrii problematici ce măsoară gradul de endogenitate al lui X_1 și X_2 , vectorii aleatori normali multivariați standardizați și măsura standardizată a calității instrumentelor Z .

Dacă instrumentele sunt slabe pentru toți coeficienții structurali nu se poate obține o deducție validă asimptotic folosind oricare dintre statisticile de test propuse. Cu toate acestea, deși valide asimptotic dar conservatoare, seturile de încredere pentru coeficienții individuali pot fi calculați folosind seturile de proiecție AR ale lui Dufour și Taamouti. Dacă instrumentele sunt foarte sensibile, aceste seturi vor fi nemărginite cu probabilitate apropiată de probabilitatea de acoperire menționată.

Majoritatea rezultatelor asimptotice pentru estimatori și statistici de test s-au bazat până în prezent pe cazul cu instrumente sensibile.

În cazul al treilea cu instrumente sensibile, instrumentele sunt și ele sensibile pentru β_1 și β_2 individual, dar sunt puternice pentru combinația lineară $\alpha = \alpha\beta_1 + \beta_2$. Pentru a determina distribuțiile limitatoare ale lui β_1 , β_2 și α , revenim la Choi și Philips (1992) și considerăm o rotație a modelului de regresie.

Un set de încredere valid asimptotic pentru β_1 scalar cu nivelul $1 - \alpha$ bazat pe inversarea lui $T(\beta_1^0)$ este definit prin relația:

$$C_{\beta_1}(\alpha) = \{\beta_1^0 : T(\beta_1^0)' \leq C_\alpha\} \quad (18)$$

Unde C_α este a $1 - \alpha$ cuantilă a distribuției limitatoare a lui $T(\beta_1^0)$. Calcularea setului (18) necesită aflarea valorilor lui β_1^0 astfel încât $T(\beta_1^0)' \leq C_\alpha$. În general, acest proces implică o exprimare numerică. Cu toate acestea, folosind concluziile lui Dufour (1997), Zivot, Startz, Nelson (1998), ale lui Dufour și Jasiak (2001), constatăm că inegalitatea $T(\beta_1^0)' \leq C_\alpha$ poate fi rescrisă ca o inegalitate quadratică, de forma:

$$a(\beta_1^0)^2 + b\beta_1^0 + c \leq 0,$$

unde valorile lui a, b, c , depind de informațiile date și c_α , apoi regiunile de încredere definite de (18) au expresie cu formă închisă convenabilă și pot lua una din cele patru forme: un interval conectat de forma (β_1^L, β_1^H) ; $L = \text{inferior}$, $H = \text{superior}$, unirea celor două raze $(-\infty, \beta_1^L) \cup (\beta_1^H, \infty)$, întreaga linie reală, sau setul gol.

Proprietățile eșantionului finit cu instrumente sensibile

În această secțiune evaluăm proprietățile eșantionului finit ale statisticilor concurențiale pentru deducerea coeficienților structurali individuali folosind un set comprehensiv al experimentelor Monte Carlo. Câțiva autori au luat în considerare modelele Monte Carlo pentru regresii cu instrumente variabile cu instrumente sensibile; cele mai importante lucrări sunt ale lui Choi și Philips (1992); Hall, Rudebusch și Wilcox (1997). Majoritatea studiilor Monte Carlo s-au axat pe performanța metodelor de estimare în prezența instrumentelor sensibile bazate pe modele cu o singură variabilă endogenă de dreapta. Choi și Philips (1992), Flores-Lagunes (2000) și Kleibergen (2000) au folosit modele cu două variabile endogene iar rezultatele lucrărilor lor ne arată faptul că este înșelător să extrapolăm rezultatele de la un caz cu o singură variabilă la un caz cu variabile multiple.

Asimptoticele cu instrumente sensibile Staiger-Stock arată că distribuțiile estimatorilor cu instrumente variabile și statisticile de test depind de 3 parametrii cheie problematici:

- Gradul de endogenitate, așa cum este el măsurat de coeficienții de corelație P_{u1}, P_{u2}, P_{12} ;
- Numărul de instrumente, q ;
- Relevanța instrumentelor așa cum sunt ele măsurate de $\Lambda' \Lambda / q$. Instrumentele sunt irelevante când $\Lambda' \Lambda / q = 0$. Pentru variabila endogenă experimentele de simulare ale lui Steiger și Stock arată că instrumentele sunt esențial sensibile când $0 < \Lambda' \Lambda / q < 10$.

Instrumentele devin destul de bune când $\Lambda' \Lambda / q > 10$. În cazul cu multiple variabile endogene, $\Lambda' \Lambda / q$ este o matrice și instrumentele slabe sunt caracterizate de o valoare minimă a lui $\Lambda' \Lambda / q$. În completare, Steiger și Stock arată că performanța metodelor de deducție standard cu instrumente sensibile este nesemnificativă în modelele cu multe instrumente nerelevante (valoare mare a lui q și $\Gamma \approx 0$) și au grade mari de endogeneitate.

Bibliografie

1. Anderson, T. W. and H. Rubin (1949). "Estimation of the parameters of a single equation in a complete system of stochastic equations," *Annals of Mathematical Statistics*, 20, 46-63.
2. Bekker, P. A. (1994). "Alternative approximations to the distributions of the instrumental variables estimators," *Econometrica*, 62, 657-681.
3. Blomquist, S. and M. Dahlberg (1999). "Small sample properties of LIML and jackknife IV estimators: experiments with weak instruments," *Journal of Applied Econometrics*, 14(1), 69-88.
4. Bound, J., D. A. Jaeger, and B. R. M. (1995). "Problems with instrumental variables estimation when the correlation between the instruments and the endogenous explanatory variable is weak," *Journal of the American Statistical Association*, 90, 443-450.
5. Chamberlain, G. and G. Imbens (2004). "Random effects estimators with many instrumental variables," *Econometrica*, 72, 295-306.
6. Choi, I. and P. C. B. Phillips (1992). "Asymptotic and finite sample distribution theory for IV estimators and tests in partially identified structural equations," *Journal of Econometrics*, 51, 113-150.
7. Davidson, R. and J. G. MacKinnon (1993). *Estimation and Inference in Econometrics*, New York: Oxford University Press.
8. Dufour, J.-M. (1997). "Some impossibility theorems in econometrics with applications to structural and dynamic models," *Econometrica*, 65, 1365-88.

9. Dufour, J.-M. and J. Jasiak (2001). "Finite sample limited information inference methods for structural equations and models with unobserved and generated regressors," *International Economic Review*, 42, 815-843.
10. Dufour, J.-M. and L. Khalaf (1997). "Simulation based finite and large sample inference methods in simultaneous equations," unpublished manuscript, Universite de Montreal.
11. Dufour, J.-M. and M. Taamouti (2003). "Projection-based statistical inference in linear structural models with possibly weak instruments," unpublished manuscript, Department of Economics, Universite de Montreal.
12. Flores-Lagunes, A. (2000). "Estimation methods robust to weak instruments," unpublished manuscript, Department of Economics, Ohio State University.
13. Hall, A. R., G. D. Rudebusch and D. W. Wilcox (1996). "Judging instrument relevance in instrumental variables estimation," *International Economic Review*, 37, 283-289.
14. Hahn, J. and J. A. Hausman (2002). "A new specification test for the validity of instrumental variables," *Econometrica*, 70, 163-189.
15. Hahn, J. and A. Inoue (2002). "A Monte Carlo comparison of various asymptotic approximations to the distribution of instrumental variables estimators," *Econometric Reviews*, 21, 309-336.
16. Kleibergen, F. (2000). "Pivotal statistics for testing subsets of structural parameters in the IV regression model," Tinbergen Institute Discussion Paper 2000-88/4, University of Amsterdam.
17. Kleibergen, F. (2002). "Pivotal statistics for testing structural parameters in instrumental variables regression," *Econometrica*, 70, 1781-1803.
18. Maddala, G. S. and J. Jeong (1992). "On the exact small sample distribution of the IV estimator," *Econometrica*, 60, 181-83.
19. Moreira, M. (2003). "A conditional likelihood ratio test for structural models," *Econometrica*, 71, 1027-1048.
20. Nelson, C. R. and R. Startz (1990a). "Some further results on the exact small sample properties of the instrumental variables estimator," *Econometrica*, 58, 967-976.
21. Nelson, C. R. and R. Startz (1990b). "The distribution of the instrumental variables estimator and its t -ratio when the instrument is a poor one," *Journal of Business*, 63, S125-S140.
22. Phillips, P. C. B. (1989). "Partially identified econometric models," *Econometric Theory*, 5, 181-240.
23. Shea, J. (1997). "Instrument relevance in multivariate linear models: A simple measure," *The Review of Economics and Statistics*, Vol. LXXIX, No. 2, 348-352.
24. Staiger, D. and J. H. Stock (1997). "Instrumental variables regressions with weak instruments," *Econometrica*, 65, 557-586.
25. Stock, J. H. and J. Wright (2000). "GMM with weak identification," *Econometrica*, 68, 1055-1096.
26. Stock, J. H., J. Wright, and M. Yogo (2002). "A survey of weak instruments and weak identification in generalized method of moments," *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 518-529.
27. Stock, J. H. and M. Yogo (2004). "Testing for Weak Instruments in Linear IV Regression," in D. W. K. Andrews and J. H. Stock, eds., *Identification and Inference in Econometric Models: Essays in Honor of Thomas J. Rothenberg*, Cambridge: Cambridge University Press.
28. Taamouti, M. (2001). "Techniques d'inference exact dans les modeles structurels avec applications macroeconomiques," Ph.D. thesis, Departement de sciences economiques, Universite de Montreal.
29. Wang, J. and E. Zivot (1998). "Inference on structural parameters in instrumental variables regressions with weak instruments," *Econometrica*, Vol. 66, No. 6, 1389-1404.
30. Wong, K.-F. (1999). "A simulation comparison of inference for instrumental variable estimators," unpublished manuscript, Department of Economics, Chinese University of Hong Kong.
31. Zivot, E., R. Startz, and C. R. Nelson (1998). "Valid confidence intervals and inference in the presence of weak instruments," *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, pp. 1119-1144.