

---

## *Analiza corelației dintre PIB, consumul privat și public prin regresie multiplă*

**Prof. univ. dr. Constantin ANGHELACHE**

*Academia de Studii Economice, București*

**Conf. univ. dr. Alexandru MANOLE**

*Universitatea „Artifex” din București*

**Lector univ. dr. Mădălina Gabriela ANGHEL**

*Universitatea „Artifex” din București*

### **Abstract**

*Analiza corelațiilor dintre indicatori, prin regresia multiplă, completează informațiile și concluziile extrase prin aplicarea unor modele de tip regresie simplă. Elementele suplimentare obținute prin utilizarea regresiei multiple reprezintă un suport informațional adițional pentru factorii de decizie și analiști. Acest articol descrie o corelație între PIB, consumul privat și public, prin intermediul unui model de regresie multiplă. Modelul explică influența celor două tipuri de consum asupra evoluției Produsului Intern Brut și permite realizarea de previziuni.*

**Cuvinte cheie:** *PIB, consum privat, consum public, regresie, factor*

Informațiile obținute prin utilizarea modelului liniar simplu de regresie nu sunt întotdeauna suficiente pentru a caracteriza evoluția unui fenomen economic și, mai ales, pentru a identifica posibila evoluție ulterioară a acestuia. Un argument semnificativ în acest sens poate fi considerat a fi valoarea posibil mare a termenului liber (ca imagine a factorilor ce nu au fost incluși în model) ce apare în fiecare din regresii liniare simple supuse analizei în capitoul anterior.

Pentru a remedia aceste neajunsuri, metoda regresiei liniare simplă se poate extinde de la cupluri de două variabile la mai multe variabile prin metoda regresiei liniare multiplă, caz în care avem o variabilă dependentă și mai multe variabile factoriale.

Modelul de regresie liniară multiplă poate fi utilizat și la nivelul economiei României, acesta completând analiza efectuată cu ajutorul unor modele liniare simple. În acest sens, vom considera drept variabilă rezultativă valoarea Produsului Intern Brut, iar ca variabile factoriale valoarea consumului privat și public în țara noastră în perioada 1990 – 2014. Valorile acestor indicatori macroeconomici au fost deflate folosind în acest sens indicii preturilor de consum (utilizat de Institutul Național de Statistică pentru a

calcula rata inflației în România) care surprinde evoluția prețurilor bunurilor și tarifelor serviciilor finale achiziționate de către populație în anul curent față de anul 1990, ales ca perioada de referință.

Cei trei indicatori pot fi prezentați sub formă sintetică după cum urmează:

**Evoluția Produsului Intern Brut, consumului public și privat în  
România, în perioada 1990 – 2014**

*Tabel 1*

Anul	Produsul Intern Brut (prețuri comparabile) Milioane	Consumul privat (prețuri comparabile) Milioane	Consumul public (prețuri comparabile) Milioane
1990	85,8	55,8	12,2
1991	81,6	49,0	12,9
1992	71,9	44,7	10,6
1993	67,1	42,4	8,6
1994	70,4	44,5	9,9
1995	77,1	51,9	10,8
1996	83,9	58,0	11,3
1997	76,5	56,3	9,8
1998	71,0	59,1	5,0
1999	71,1	59,1	4,0
2000	71,9	56,8	5,2
2001	77,7	61,0	5,2
2002	82,5	63,5	5,6
2003	93,0	70,4	9,1
2004	104,2	80,6	8,2
2005	111,6	87,6	9,3
2006	124,9	97,3	9,6
2007	143,8	107,4	10,9
2008	168,1	121,7	12,5
2009	155,0	109,8	13,1
2010	152,8	110,5	10,7
2011	152,9	109,3	9,5
2012	156,2	112,0	9,8
2013	160,5	110,9	11,4
2014	166,1	115,0	13,2

Sursa: Anuarul Statistic al României – Produsul Intern Brut,  
Pe categorii de utilizări, I.N.S., București, 2008, 2009, 2010, 2011, 2014

Pe baza acestor informații, vom analiza existența unei posibile legături de dependență între valoarea Produsului Intern Brut (variabila rezultativă

y), pe de o parte și nivelul consumului privat (variabila cauzală  $x_1$ ) și cel al consumului public (variabila cauzală  $x_2$ ) (Anghelache et al. 2015).

Descrierea econometrică a legăturii dintre cele trei variabile se poate face cu ajutorul a patru modele :

- Un model unifactorial care să explice variația Produsului Intern Brut pe baza modificării nivelului consumului privat realizat în țara noastră:

$$y_i = f(x_{1i}) + \varepsilon_{1i}$$

- Un model unifactorial care să explice variația Produsului Intern Brut pe baza modificării nivelului consumului public realizat în țara noastră:

$$y_i = f(x_{2i}) + \varepsilon_{2i}$$

- Un model unifactorial care să explice variația Produsului Intern Brut pe baza nivelului consumului final, privit ca o însumare a celor două componente ale sale, consum privat și consum public:

$$y_i = f(x_{3i}) + \varepsilon_{3i}$$

- Un model multifactorial care să explice variația Produsului Intern Brut pe baza influenței simultane a celor doi indicatori menționați anterior.

$$y_i = f(x_{1i}, x_{2i}) + \varepsilon_i$$

În ceea ce privește primele trei modele prezentate mai sus, relațiile dintre indicatori pot fi reflectate cu ajutorul unor modele liniare unifactoriale de regresie.

În acest context, devine deosebit de important să specificăm și să analizăm relația existentă între cei trei indicatori macroeconomici cu ajutorul unui model de regresie multifactorial. Din punct de vedere matematic acesta poate fi transcris astfel:

$$y_i = b_0 + b_1 \cdot x_{1i} + b_2 \cdot x_{2i} + \varepsilon_i$$

Modelul liniar multifactorial identificat mai sus se poate scrie sub forma matricială astfel:

$$Y = X \cdot B + \varepsilon$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \cdots & X_{nk} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

---

unde:

$n = 25 \rightarrow$  numărul observațiilor disponibile;

$k = 2 \rightarrow$  numărul variabilelor exogene.

Funcția de regresie corespunzătoare modelului considerat, scrisă sub forma unei ecuații matriceale, este:

$$\hat{Y} = X \cdot \hat{B} .$$

Pentru estimarea parametrilor vom utiliza metoda celor mai mici pătrate (MCMMP – least squares). Pentru modelul multifactorial liniar aplicarea acestei metode presupune minimizarea funcției:

$$\begin{aligned} F(\hat{B}) &= \min_{\hat{B}} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 = \min (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \hat{\mathbf{B}})^2 \\ &= \min (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - 2 \hat{\mathbf{B}}^T (\mathbf{X}^T \mathbf{Y}) + \hat{\mathbf{B}}^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X}) \hat{\mathbf{B}}) \end{aligned}$$

care implică determinarea derivatei funcției în raport cu estimatorul  $\hat{B}$  și anularea acesteia:

$$(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y} .$$

Pentru a facilita estimarea modelului multiplu de regresie am utilizat programul informatic Eviews, în cadrul căruia am definit ecuația ce are ca variabilă rezultativă Produsul Intern Brut (PIB), iar ca variabile factoriale valoarea consumului privat (CP) și consumului public (CPL). De asemenea, am considerat faptul că acest model de regresie va conține termenul liber  $C$ , urmând să reflecte influența termenilor ce nu au fost considerați la momentul construcției modelului. Metoda de estimare definită în cadrul programului este metoda celor mai mici pătrate - least squares.

Rezultatele obținute cu ajutorul programului Eviews se prezintă astfel:

---

### Rezultatele estimării parametrilor modelului de regresie

Figura 1

Dependent Variable: PIB  
Method: Least Squares  
Date: 07/16/15 Time: 13:18  
Sample: 1990 2014  
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-12.95039	3.480306	-3.721048	0.0012
CP	1.250675	0.034558	36.19085	0.0000
CPL	2.440453	0.352096	6.931223	0.0000
R-squared	0.988164	Mean dependent var		107.1040
Adjusted R-squared	0.987088	S.D. dependent var		37.53240
S.E. of regression	4.264808	Akaike info criterion		5.850838
Sum squared resid	400.1489	Schwarz criterion		5.997103
Log likelihood	-70.13547	Hannan-Quinn criter.		5.891406
F-statistic	918.3837	Durbin-Watson stat		0.481706
Prob(F-statistic)	0.000000			

Din cele prezentate anterior, modelul de regresie multiplu determinat anterior care descrie relația dintre indicatorii macroeconomici ce fac obiectul acestei cercetări poate fi transcris sub formă de ecuație astfel:

$$\text{PIB} = -12,95039 + 1,250675 \cdot \text{CP} + 2,440453 \cdot \text{CPL}$$

După cum se poate observa, utilizarea modelului multiplu de regresie completează concluziile ce pot fi formulate cu prilejul analizelor cu ajutorul modelului liniar simplu și anume aceea că valoarea consumului privat și public sunt factori de influență semnificativi pentru evoluția Produsului Intern Brut în țara noastră.

Se observă faptul că, în acest caz, creșterea PIB ocazionată de majorarea cu un milion lei a consumului privat, respectiv de aproximativ 1,250675 milioane lei, în condițiile menținerii celorlalte variabile constante. În cazul consumului public, diferența este cu atât mai semnificativă, putându-se constata faptul că, în România, fiecare milion de lei cheltuit în regim public aduce o creștere de 2,440453 milioane lei a nivelului Produsului Intern Brut, ceilalți factori incluși în model rămânând constanți.

Există așadar o dependență directă între PIB și consumul privat, respectiv consumul public în România în perioada 1990 – 2014.

---

Trebuie însă menționat faptul că, în cadrul modelului considerat, influența termenului liber, ca imagine a factorilor ce nu au fost incluși în model, este una semnificativă. Astfel, dacă cele două variabile factoriale, CP și CPL au valoarea 0, valoarea medie a PIB este estimată la circa -12,95039 milioane lei. Putem afirma faptul că factorii ce nu au fost luați în considerare la momentul construcției modelului econometric determină o diminuare semnificativă a valorii Produsului Intern Brut. Deși, valoarea termenului liber este încă suficient de ridicată, putem constata faptul că ea poate diferi comparativ cu analiza bazată pe modelul unifactorial dintre PIB și consumul public, ceea ce ne permite să afirmăm faptul că utilizarea modelelor multifactoriale de regresie este recomandabilă în toate analizele macroeconomice.

Din punctul de vedere al testelor statistice ce verifică corectitudinea modelului econometric considerat, se poate observa faptul că valorile aferente testelor  $R^2$  și respectiv  $R^2$  - ajustat sunt foarte apropiate de maxim ( $R^2 = 98,82\%$ , iar  $R^2$  ajustat =  $98,71\%$ ), ceea ce ne permite să afirmăm faptul că modelul supus analizei este unul corect și cu un grad de risc minim în cazul unei analize economice. De asemenea, putem remarca faptul că, introducerea în cadrul modelului a mai multor variabile factoriale conduce la o creștere a gradului de probabilitate a acestuia în comparație cu modelele liniare de regresie simplă.

Coeficientul de determinație arată că  $98,82\%$ , din variația variabilei dependente este explicată de variația simultană a consumului privat și public în România în perioada 1990 – 2014, adică o legătură puternică între variabila endogenă și cele două variabile exogene, lucru confirmat și de coeficientul de determinație ajustat (Adjusted R -squared =  $0,9871$ ), care ia în considerare și numărul de observații și numărul de variabile exogene. Raportul de corelație ( $R = 0,9882$ ) tinzând spre 1 demonstrează că modelul de regresie estimat aproximează foarte bine datele de observație, având o bonitate ridicată.

Parametrii  $b_i$  sunt semnificativi statistic la pragul de semnificație de  $5\%$  ( $i=0,1,2$ ), deci modelul este valid. Acest lucru este întărit și de valorile foarte mici ale lui Prob. pentru fiecare parametru al modelului.

Putem constata faptul că valoarea testului F-statistic este superioară valorii de referință tabelată, ceea ce induce ideea că modelul econometric considerat este unul corect, ce poate fi ulterior utilizat în analizele macroeconomice și previzionarea nivelului Produsului Intern Brut al României.

Valoarea testului Prob (F-statistic) este zero, ceea ce confirmă afirmațiile formulate anterior, conform cărora un model econometric de regresie ce utilizează ca variabilă rezultativă Produsul Intern Brut, iar ca variabile factoriale consumul public și privat este unul corect și care poate fi utilizat în previzionarea evoluției economice a țării noastre.

---

## Concluzii

Pe baza observațiilor formulate în urma analizei evoluției Produsului Intern Brut al României cu ajutorul modelelor de regresie putem concluziona faptul că valoarea acestui indicator este influențată de variațiile consumului privat și public.

Metodologic, se poate observa faptul că utilizarea unui model multifactorial de regresie permite obținerea unor rezultate mai concludente în analizele macroeconomice, fără ca aceasta să însemne că modelul de regresie unifactorial nu permite efectuarea de cercetări pertinente asupra evoluției economiei naționale.

### Bibliografie selectivă

- [1]. Andrei, T.; Bourbonais, R. (2008) – „*Econometrie*”, Editura Economică, București
- [2]. Anghel, M.G. (2014) – „*Econometric Model Applied in the Analysis of the Correlation between Some of the Macroeconomic Variables*”, Romanian Statistical Review – Supplement/Nr. 1/2014, pp. 88–94
- [3]. Anghelache, C., Anghel, M.G., Manole, A. (2015) – „*Modelare economică, financiar-bancară și informatică*”, Editura Artifex, București
- [4]. Anghelache, C.; Anghel, M.G.; Prodan, L.; Sacală, C.; Popovici, M. (2014) – „*Multiple Linear Regression Model Used in Economic Analyses*”, Romanian Statistical Review, Supplement no. 10/2014, pp. 120–127
- [5]. Anghelache C., Isaic-Maniu AL., Mitrui C., Voineagu V. (2011) – „*Sistemul conturilor naționale: sinteze și studii de caz*”, Editura Economică, București
- [6]. Anghelache, C., Manole, A., Anghel, M.G., Sacală, C. (2015) - Macroeconomic Evolutions in Romania by the End of the Year 2014, Revista Română de Statistică Supliment nr. 2/2015
- [7]. Benjamin, C.; Herrard A.; Hane-Bigot, M.; Tavere, C. (2010) – „*Forecasting with an Econometric Model*”, Springer
- [8]. Pagliacci M.; Anghelache G.V.; Pocan I.M.; Marinescu R.T.; Manole A. (2011) – „*Multiple Regression – Method of Financial Performance Evaluation*”, ART ECO – Review of Economic Studies and Research, Editura Artifex, Vol. 2/ No.4/2011
- [9]. Stancu S., Andrei, T., Iacob, A.I., Tusa, E., (2008)- „*Introducere in econometrie utilizand Eviews*”, Editura Economica, București
- [10]. Voineagu, V., Țițan, E. și colectiv (2007) – „*Teorie și practică econometrică*”, Editura Meteor Press
- [11]. \*\*\* *The Statistical Year Book of Romania*, issues 2002, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014
- [12]. www.insse.ro – official site of the National Institute of Statistics of Romania